BCPST2$_A$ *(Lundi 6 octobre 2025)*

Nom :
Prénom :

Interrogation **(Sujet A)** (25 minutes)

Deux types de questions : **AJ** : avec justifications comme dans une copie et **SJ** : sans justification.

SJ Donner le tableau de variations complet de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2e^{-x}$.

/3pt

SJ Soit f une fonction définie sur $]\,0\,;+\infty[$ et de tableau de variations :

x	0		$\sqrt{2}$		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	↗	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	↘	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	↗	0

Compléter : $f\left(]\,0\,;+\infty[\right) =$ .... $f\left(\left[\,\sqrt{2}\,;+\infty\right[\right) =$ ....

L'équation $f(x) = \dfrac{1}{2}$ possède exactement ...... solutions sur $]0;+\infty[$

/3pt

AJ On note f la fonction $x \longmapsto \dfrac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$.

Montrer que l'équation $f(x) = 0$ *(Nouvel énoncé : $f(x) = \frac{1}{2}$)* admet une unique solution sur $]0, e^2[$.

/3pt

AJ Donner les limites suivantes et une justification.

- $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1-x^2)}{x^2+x^3} =$........ En effet : ....

- $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} 2\ln(x) - x =$........ En effet : ....

- $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} \frac{e^x - x^2}{x^2+x+1} =$........ En effet : ....

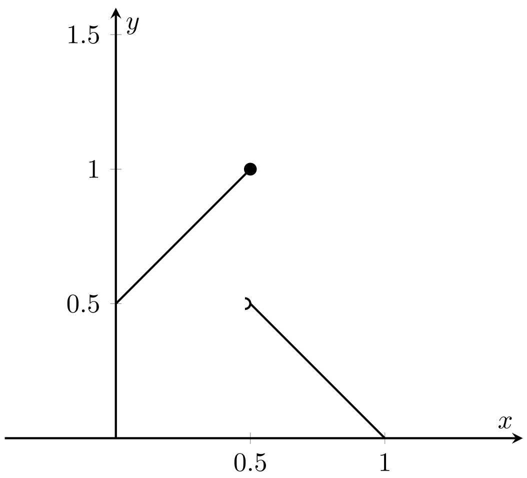
/3pt

Dire que la fonction f est bijective de $\left[0,1\right]$ dans $\left[0,1\right]$ signifie que :

....

On a représenté ci-dessous la courbe de la fonction f définie sur $[0,1]$ par :

si $0 \leqslant x \leqslant \frac{1}{2}$ alors $f(x) = x + \frac{1}{2}$ et si $\frac{1}{2} < x \leqslant 1$ alors $f(x) = 1 - x$



Affirmation : La fonction f est une bijection de $[0,1]$ dans $[0,1]$ Vrai ☐ Faux ☐

Explication : ....

/$4pt$

Enoncer une version du théorème des accroissements finis.

....

....

....

/$3pt$

$\boxed{\textbf{SJ}}$ On note f la fonction définie sur $\left]\,0\,;+\infty\right[$ par $f(x) = \dfrac{1}{2+x}$

La tangente à C_f au point d'abscisse 1 est la droite d'équation : $y =$ ....

après simplification : $y =$ ....

/$2pt$

$\boxed{\textbf{SJ}}$ **VRAI - FAUX**

$+1$ pour une réponse correcte et -1 pour une erreur *(Attention : il est parfois préférable de ne pas répondre)*

1) Soit f une fonction dérivable sur $[-1,1]$ et vérifiant : $\forall x \in [-1,1], \quad f'(x) \geqslant 0$

   Affirmation : f est strictement croissante sur $[-1,1]$. Vrai ☐ Faux ☐

2) **Affirmation** : $[1,2] \cup [4,6]$ est un intervalle de $\mathbb{R}$ Vrai ☐ Faux ☐

3) On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = x^2 & \text{si } x \leqslant 1 \\ f(x) = x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

   Affirmation : La fonction f est dérivable en 1. Vrai ☐ Faux ☐

4) On note f la fonction inverse, $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x}$.

   Affirmation : f est strictement décroissante sur tout intervalle de $\mathbb{R}$ inclus dans $\mathbb{R}^*$.
   Vrai ☐ Faux ☐

/$\pm 4pt$