

Interrogation (25 minutes)

Trois types de questions : **AJ** : avec justifications comme dans une copie, **SJ** : sans justification et **QC** pour les questions de cours.

/3pt

SJ On note F l'ensemble des $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ vérifiant :
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + y - 2z = 0 \end{cases}$$

F est un sous espace vectoriel de qui admet pour base
et $\dim(F) = \dots\dots\dots$

/2pt

SJ On considère le système d'inconnue $(x, y) \in \mathbb{C}^2$ suivant :
$$\begin{cases} x + y = \frac{2}{3} \\ x - y = \frac{1}{4} \end{cases}$$

L'ensemble des solutions est : $S = \dots\dots\dots$

/2pt

QC Donner la définition d'une famille libre de p vecteurs de $\mathbb{R}^n$.

.....
.....

/3pt

AJ Déterminez deux réels a et b tels que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2; \frac{3}{2}\}, \quad \frac{1}{(x-2)(2x-3)} = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{2x-3}$

Détaillez votre réponse :

/3pt

QC Donner la définition d'un espace vectoriel de dimension finie.

.....
.....

Donner un exemple d'espace vectoriel qui n'est pas de dimension finie :

/1pt

SJ Compléter :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = x_1 \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

QC Donner une caractérisation d'un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel E .

/2pt

AJ On note $\mathcal{B} = (u_1, u_2, u_3)$ avec $u_1 = (1, 1, 1)$, $u_2 = (0, 1, 1)$ et $u_3 = (0, 1, -1)$.

Montrer que $\mathcal{B}$ est une base de $\mathbb{R}^3$.

Déterminer la matrice des coordonnées de $v = (1, 2, 3)$ dans la base $\mathcal{B}$.

/3pt

AJ Compléter. (λ désigne un nombre complexe).

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & \lambda & \lambda - 1 \\ 0 & 0 & \lambda^2 - 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
 admet une unique solution **si, et seulement si**, $\lambda \in \dots$

Justification :

Donner le théorème du cours sur les systèmes qui vous a permis de donner cette équivalence.

/3pt

AJ VRAI - FAUX

1) **Affirmation :**

Quel que soit $a \in \mathbb{R}$, le système $\begin{cases} ax + y = 1 \\ x - ay = 3 \end{cases}$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}^2$.

Vrai ☐

Faux ☐

Justification :

2) **Affirmation :**

$(1, 0, -1)$ est une solution du système $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + 3y + 2z = 0 \\ 2y = 0 \end{cases}$

Vrai ☐

Faux ☐

Justification :

3) **Affirmation :**

Quel que soit $(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4$ le système $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ ax + by + cz = d \end{cases}$ a une infinité de solution.

Vrai ☐

Faux ☐

Justification :

/4pt