Correction du devoir surveillé du 18 octobre 2025

Exercice

1) • Sur $]-\infty;0[$, $]0;1[$ et $]1;+\infty[$, F est la restriction de polynômes donc

$$F \text{ est continue sur }]-\infty;0[\ ,\ ]0;1[\text{ et }]1;+\infty[,$$

• En 0 : pour $x<0$, $F(x)=0$ donc $\lim\limits_{x\to 0^-} F(x)=0$,
pour $x>0$, $F(x)=3x^2-2x^3$ donc $\lim\limits_{x\to 0^+} F(x)=0$ et $F(0)=0$ donc

$$F \text{ est continue en } 0.$$

• En 1 : $\lim\limits_{x\to 1^-} F(x)=1$, $\lim\limits_{x\to 1^+} F(x)=1$ et $F(1)=1$, donc

$$F \text{ est continue en } 1.$$

En conclusion :

$$\boxed{\text{La fonction } F \text{ est continue sur } \mathbb{R}.}$$

2) • Sur $]-\infty;0[$, $]0;1[$ et $]1;+\infty[$, F est la restriction de polynômes donc

$$F \text{ est dérivable sur }]-\infty;0[\ ,\ ]0;1[\text{ et }]1;+\infty[,$$

• En 0 :

pour $x<0$, $\dfrac{F(x)-F(0)}{x-0}=0$ donc $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{F(x)-F(0)}{x-0}=0$,

pour $x>0$, $\dfrac{F(x)-F(0)}{x-0}=3x-2x^2$ donc $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{F(x)-F(0)}{x-0}=0$,

donc F est dérivable en 0.

• En 1 :

pour $x>1$, $\dfrac{F(x)-F(1)}{x-1}=0$ donc $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{F(x)-F(1)}{x-1}=0$,

pour $x<1$, $\dfrac{F(x)-F(1)}{x-1}=\dfrac{(3x^2-2x^3)-1}{x-1}$

Plusieurs approches possibles (ne pas faire les deux) :

❶ *(pour ceux qui savent factoriser des polynômes.)*

$$\frac{(3x^2-2x^3)-1}{x-1}=\frac{(x-1)(1+x-2x^2)}{x-1}=1+x-2x^2 \quad \text{donc } \lim_{x\to 1^-}\frac{F(x)-F(1)}{x-1}=0,$$

❷ *(Changement de variable $h=x-1$)* On note $h=x-1$, et alors

$$\frac{(3x^2-2x^3)-1}{x-1}=\frac{3(1+h)^2-2(1+h)^3-1}{h}=-3h-2h^2 \underset{h\to 0}{\longrightarrow} 0 \quad \text{donc } \lim_{x\to 1^-}\frac{F(x)-F(1)}{x-1}=0,$$

❸ *(Une méthode plus efficace, mais qui demande un petit effort de compréhension)*

En notant $f_1 : x \longmapsto 3x^2-2x^3$ on a pour $x\in]0,1[$, $\dfrac{F(x)-F(1)}{x-1}=\dfrac{f_1(x)-f_1(1)}{x-1}$

or f_1 est dérivable en 1 et $f_1'(1)=1$ donc $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{F(x)-F(1)}{x-1}=0$,

donc F est dérivable en 1.

En conclusion :

$$\boxed{\text{La fonction } F \text{ est dérivable sur } \mathbb{R}.}$$

3) la fonction f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} \text{si} \quad x\leqslant 0, & f(x)=0 \\ \text{si} \quad x\in]0,1[\ , & f(x)=6x-6x^2 \\ \text{si} \quad x\geqslant 1, & f(x)=0. \end{cases}$

4) En raisonnant comme à la question 1), on vérifie bien, que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$. En effet il n'y a pas de difficulté sur les intervalles $]-\infty;0[\ ,\ ]0;1[$ et $]1;+\infty[$ et en 0 et en 1 la fonction tend vers 0 à gauche et à droite.

$$\boxed{\text{La fonction } f \text{ est continue sur } \mathbb{R}.}$$

En revanche la fonction f n'est pas dérivable en 0 et en 1.

En effet, le taux d'accroissement $\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}$ en 0 tend vers 0 à gauche mais vers 6 à droite.

de même, en 1 le taux d'accroissement $\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ tend vers 0 à droite mais vers -6 à gauche.

On peut remarquer qu'elle dérivable partout ailleurs.

$$\boxed{\text{La fonction } f \text{ n'est pas dérivable sur } \mathbb{R}.}$$

5) a) La tangente au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$ est la droite : $\boxed{T : y = \dfrac{3}{2}x - \dfrac{1}{4}}$

En effet : $y = F'\left(\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right) + F\left(\frac{1}{2}\right)$

b)

$$\begin{aligned}
F(x) - \left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{4}\right) &= -2x^3 + 3x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{4} \\
&= -2\left(x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{8}\right) \\
&= -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^3
\end{aligned}$$

$$\boxed{F(x) - \left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{4}\right) = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^3}$$

c) La relation précédente permet d'affirmer qu'à gauche de $\dfrac{1}{2}$, la courbe est au dessus de la tangente et c'est le contraire à droite.

$$\boxed{A \text{ est un point d'inflexion.}}$$

6) On utilise la deuxième formule donnée en rappel :

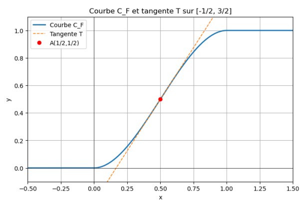
- Pour $x \in]-\infty;0]$ on a $(1-x) \in [1;+\infty[$ donc $F(1-x) + F(x) = 1 + 0 = 1$
- Pour $x \in [1;+\infty[$ on a $(1-x) \in]-\infty;0]$ donc $F(1-x) + F(x) = 0 + 1 = 1$
- Pour $x \in [0,1]$ on a $(1-x) \in [0;1]$ donc

$$\begin{aligned}
F(1-x) + F(x) &= 3(1-x)^2 - 2(1-x)^3 + 3x^2 - 2x^3 \\
&= 3x^2 - 6x + 3 - 2 + 6x - 6x^2 + 2x^3 + 3x^2 - 2x^3 \\
&= 1
\end{aligned}$$

Dans tous les cas on obtient : $F(1-x) + F(x) = 1$ donc

$$\boxed{A\left(\tfrac{1}{2};\tfrac{1}{2}\right) \text{ est un centre de symétrie de la courbe } C_F.}$$

7) Tracer avec soin l'allure de la courbe C_F. (*En classe*).



8)
```
import matplotlib.pyplot as plt

# 7)a)

def valeur_F(x):
    if x <= 0:
        return 0
    if x >= 1:
        return 1
    return 3*x**2-2*x**3

# 7)b)

N = 100
a, b = -1/2, 3/2
x = [a + k*(b-a)/N for k in range(N+1)]   # subdivision du segment [a,b]
y = [valeur_F(t) for t in x ]
plt.plot(x, y)
x = [-1, 2]                             # deux points suffisent pour tracer une droite.
y = [3/2*t -1/4 for t in x]
plt.plot(x, y)
plt.show()
```

Problème 1.

Partie 1

9) si les x_i ne sont pas deux à deux distincts alors A aura au moins deux lignes identiques donc elle ne sera pas inversible.

$$\boxed{\text{si les } x_i \text{ ne sont pas deux à deux distincts alors } A \text{ n'est pas inversible}}$$

10) a) On remarque que : $A\begin{pmatrix}\lambda_0\\\lambda_1\\\lambda_2\\\lambda_3\\\lambda_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}P(x_1)\\P(x_2)\\P(x_3)\\P(x_4)\\P(x_5)\end{pmatrix}$ et on sait que $A\begin{pmatrix}\lambda_0\\\lambda_1\\\lambda_2\\\lambda_3\\\lambda_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}$ donc

$$P(x_1)=0,\ P(x_2)=0,\ P(x_3)=0,\ P(x_4)=0 \text{ et } P(x_5)=0$$

et comme on a supposé que x_i sont deux à deux distinctes, il vient :

$$\boxed{P \text{ possède 5 racines distinctes}}$$

b) P est un polynôme de $\mathbb{C}_4[X]$ avec 5 racines distinctes donc $P(X)=0$ (P est le polynôme nul) or un polynôme est nul si, et seulement si, tous ses coefficients sont nuls, ce qui entrainent que $(\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4)=(0,0,0,0,0)$
On a donc montré que quel que soit $(\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4)\in\mathbb{C}^5$

$$\text{Si}\quad A\begin{pmatrix}\lambda_0\\\lambda_1\\\lambda_2\\\lambda_3\\\lambda_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\\0\end{pmatrix}\quad\text{alors}\quad(\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4)=(0,0,0,0,0)$$

Ce qui permet de conclure : *(car on sait que A inversible ssi $(AX=0\Rightarrow X=0)$)*

$$\boxed{A \text{ est une matrice inversible}}$$

Remarque : on pourrait enchainer $(AX=0\Rightarrow X=0)$ donc $AX=0$ est de Cramer donc A est inversible. Mais cela n'apporte rien.

11) • A la question 9) on montre que : si les x_i ne sont pas deux à deux distincts alors A n'est pas inversible
• à la question 10) on montre la réciproque donc

$$\boxed{\text{la matrice } A \text{ est inversible si, et seulement si, les } x_i \text{ sont deux à deux distincts}}$$

Partie 2

12) $\omega = e^{\frac{2i\pi}{5}}$ donc $\omega^5 = e^{2i\pi}$ donc $\boxed{\omega^5 = 1}$

$$\omega \neq 1 \quad \text{donc} \quad \begin{aligned} 1+\omega+\omega^2+\omega^3+\omega^4 &= \frac{1-\omega^5}{1-\omega} && \textit{somme géométrique} \\ &= 0 && \textit{car } \omega^5 = 1 \end{aligned}$$

$$\boxed{1+\omega+\omega^2+\omega^3+\omega^4 = 0}$$

13) On transforme les sommes en utilisant $\omega^5 = 1$, puis on utilise $1+\omega+\omega^2+\omega^3+\omega^4 = 0$,

On peut faire autrement.

$$\begin{aligned} S_1 &= 1+\omega^2+\omega^4+\omega^6+\omega^8 \\ &= 1+\omega^2+\omega^4+\omega^1+\omega^3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

On montre de même que $S_2 = 0$ et $S_3 = 0$.

$$\begin{aligned} S_4 &= 1+\omega^5+\omega^{10}+\omega^{15}+\omega^{20} \\ &= 1+1+1+1+1 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\boxed{S_1 = 0, \ \ S_2 = 0, \ \ S_3 = 0 \ \text{ et } \ S_4 = 5}$$

14) En prenant $x_1 = 1$, $x_2 = \omega$, $x_3 = \omega^2$, $x_4 = \omega^3$, $x_5 = \omega^4$ la matrice A de la première partie est égale à M.

or $\quad 1, \quad \omega = e^{\frac{2i\pi}{5}}, \quad \omega^2 = e^{\frac{4i\pi}{5}}, \quad \omega^3 = e^{\frac{6i\pi}{5}}$ et $\omega^4 = e^{\frac{8i\pi}{5}}$ sont cinq complexes distincts.

(En effet : ce sont des complexes $e^{i\theta}$ avec 5 réels θ distincts de $[0;2\pi[$)

donc *(d'après la partie 1)*

$$\boxed{\text{La matrice } M \text{ est inversible}}$$

15) On a bien $\overline{\omega} = e^{\frac{-2i\pi}{5}} = \dfrac{1}{e^{\frac{2i\pi}{5}}} = \dfrac{1}{\omega}$,

Soit $(i,j) \in [\![1,5]\!]^2$,

$$\begin{aligned} \omega^{\,i-1}\,\overline{\omega}^{\,j-1} = 1 &\iff \omega^{\,i-1}\frac{1}{\omega^{\,j-1}} = 1 \\ &\iff \omega^{\,i-j} = 1 \\ &\iff \exists k \in \mathbb{Z},\ (i-j)\frac{2\pi}{5} = 0 + 2k\pi \\ &\iff \exists k \in \mathbb{Z},\ i-j = 5k \\ &\iff i-j = 0 \qquad \text{car } (i,j) \in [\![1,5]\!]^2 \text{ et ainsi } -4 \leqslant i-j \leqslant 4 \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{pour tout } (i,j) \in [\![1,5]\!]^2, \quad \omega^{\,i-1}\,\overline{\omega}^{\,j-1} = 1 \iff i = j}$$

16) Soit $(i,j) \in [\![1,5]\!]^2$,

$$\begin{aligned} \left(M\overline{M}\right)_{i,j} &= \sum_{k=1}^{5} \omega^{\,(i-1)(k-1)}\,\overline{\omega}^{\,(k-1)(j-1)} \\ &= \sum_{k=1}^{5} \left(\omega^{\,i-j}\right)^{k-1} \\ &= \begin{cases} 5 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{donc} \qquad \boxed{M\overline{M} = 5I_5}$$

on a alors : $M\left(\dfrac{1}{5}\overline{M}\right) = \left(\dfrac{1}{5}\overline{M}\right)M = I_5$ donc

$$\boxed{M^{-1} = \frac{1}{5}\overline{M}}$$

Problème 2.

Partie 1. Définition de la suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

17) La fonction tan est une fonction usuelle, son tableau de variations est :

x	$n\pi - \frac{\pi}{2}$		$n\pi$		$n\pi + \frac{\pi}{2}$
tan	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

La fonction g est dérivable sur $\left]-\dfrac{\pi}{2} + n\pi\,;\,\dfrac{\pi}{2} + n\pi\right[$ et sa dérivée est $g' : x \longmapsto \tan^2(x)$ $\;(> 0$ sauf en $n\pi)$
on en déduit son tableau de variations :

x	$n\pi - \frac{\pi}{2}$		$n\pi$		$n\pi + \frac{\pi}{2}$
$g'(x)$		$+$	0	$+$	
g	$-\infty$	$\nearrow$	$-n\pi$	$\nearrow$	$+\infty$

18) g est continue et strictement croissante sur l'intervalle $\left]-\dfrac{\pi}{2} + n\pi\,;\,\dfrac{\pi}{2} + n\pi\right[$

donc g réalise une bijection de $\left]-\dfrac{\pi}{2} + n\pi\,;\,\dfrac{\pi}{2} + n\pi\right[$ dans $]\lim\limits_{-\frac{\pi}{2}+n\pi} g, \lim\limits_{\frac{\pi}{2}+n\pi} g[=]-\infty; +\infty[$

comme 0 est dans cet intervalle image et que $(g(x) = 0 \iff \tan(x) = x)$ on peut conclure :

$$\boxed{\text{il existe un unique réel } x_n \in \left]-\frac{\pi}{2} + n\pi\,;\,\frac{\pi}{2} + n\pi\right[\quad \text{tel que} \quad \tan(x_n) = x_n}$$

19) $0 \in \left]-\dfrac{\pi}{2}\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right[$ et $\tan(0) = 0$ donc $\boxed{x_0 = 0}$

En effet x_0 est l'unique réel de $\left]-\dfrac{\pi}{2}\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right[$ *vérifiant* $\tan(x_0) = x_0$

20)
```
from math import tan, pi
def g(x):
    return tan(x) - x

def x(n):
    a = -pi/2 + n*pi
    b = pi/2 + n*pi
    while b-a > 2*10**-6:
        m = (a+b)/2
        if g(m) > 0:                        # On utilise que g est croissante
            b = m                           # on ne calcule pas g(a) ou g(b)
        else:
            a = m
    return (a+b)/2
```

Partie 2. Première étude asymptotique de la suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

21) Par définition $x_n \in \left]-\dfrac{\pi}{2} + n\pi\,;\,\dfrac{\pi}{2} + n\pi\right[$ et $x_{n+1} \in \left]\underbrace{-\dfrac{\pi}{2} + (n+1)\pi}_{\frac{\pi}{2}+n\pi}\,;\,\dfrac{\pi}{2} + (n+1)\pi\right[$

donc pour tout n, $x_n < \dfrac{\pi}{2} + n\pi < x_{n+1}$ et ainsi $\boxed{\text{La suite } (x_n) \text{ est strictement croissante}}$

22) La définition de x_n permet d'affirmer que $\forall n\in\mathbb{N},\ -\dfrac{\pi}{2}+n\pi<x_n$; de plus on sait que $\lim\limits_{n\to+\infty} -\dfrac{\pi}{2}+n\pi=+\infty$ on peut en déduire *(comparaison)* que :

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty} x_n=+\infty}$$

23) a) Pour t un réel quelconque, $\arctan(t)$ est l'unique réel θ de $\left]-\dfrac{\pi}{2}\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right[$ vérifiant $\tan(\theta)=t$

b) D'une part la définition de x_n permet d'affirmer que $\forall n\in\mathbb{N}, x_n-n\pi\in\left]-\dfrac{\pi}{2}\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right[$

D'autre part :

$$\begin{aligned}\tan(x_n-n\pi) &= \tan(x_n) && \textit{car } \tan \textit{ est } \pi\textit{-périodique}\\ &= x_n\end{aligned}$$

donc

$$\boxed{\text{pour tout } n\in\mathbb{N},\ \ x_n-n\pi=\arctan(x_n)}$$

24) a) Soit $n\in\mathbb{N}^*$,

$$\begin{aligned}\tan(u_n) &= \tan\left(x_n-n\pi-\frac{\pi}{2}\right)\\ &= \tan\left(x_n-\frac{\pi}{2}\right) && \textit{car } \tan \textit{ est } \pi\textit{-périodique}\\ &= -\tan\left(\frac{\pi}{2}-x_n\right)\\ &= -\frac{1}{\tan(x_n)} && \textit{car } \cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin(x) \ \textit{ et } \ \sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos(x)\\ &= -\frac{1}{x_n} && \textit{définition de } x_n\end{aligned}$$

$$\boxed{\text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*,\quad \tan(u_n)=-\frac{1}{x_n}}$$

b) Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, $n\pi-\dfrac{\pi}{2}<x_n<n\pi+\dfrac{\pi}{2}$ donc $1-\dfrac{1}{2n}<\dfrac{x_n}{n\pi}<1+\dfrac{1}{2n}$

or $\lim\limits_{n\to+\infty} 1-\dfrac{1}{2n}=1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} 1+\dfrac{1}{2n}=1$ donc *(th. des gendarmes)* $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{x_n}{n\pi}=1$

En conclusion :

$$\boxed{x_n\sim n\pi}$$

c) $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n=+\infty$ et $u_n=\arctan(x_n)-\dfrac{\pi}{2}$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$ et ainsi $\tan(u_n)\sim u_n$

or on a vu que $\tan(u_n)=-\dfrac{1}{x_n}$ et que $x_n\sim n\pi$ donc

$$\boxed{u_n\sim-\frac{1}{n\pi}}$$

Partie 3. Application à l'étude de la fonction sinus cardinal.

25) <u>$\mathbb{R}^*$ est centrée en 0</u> et pour $x\in\mathbb{R}^*$,

$$\begin{aligned}\operatorname{sinc}(-x) &= \frac{\sin(-x)}{-x}\\ &= \frac{-\sin(x)}{-x}\\ &= \frac{\sin(x)}{x}\end{aligned}$$

$$\boxed{\text{La fonction sinc est paire}}$$

26) Sachant que $\sin(x) \underset{x\to 0}{\sim} x$ on a $\lim\limits_{x\to 0} \mathrm{sinc}(x) = 1$

donc $\boxed{\text{on peut prolonger sinc par continuité en 0 en posant sinc}(0) = 1}$

27) On note $\varphi : x \longmapsto \sin(x) - x$

φ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $\varphi'(x) = \cos(x) - 1 < 0$ (sauf en des points isolés) donc φ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ et comme $\varphi(0) = 0$ on obtient le signe de $\sin(x) - x$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\sin(x) - x$		$+$	0	$-$	

On en déduit que $\dfrac{\sin(x) - x}{x} < 0$ sur $\mathbb{R}^*$ ou encore $\forall x \in \mathbb{R}^*,\ \mathrm{sinc}(x) < 1$

et comme $\mathrm{sinc}(0) = 1$ on peut en conclure que :

$$\boxed{\text{sinc admet un maximum global strict en 0}}$$

28) • Sur $\mathbb{R}^*$, la fonction sinc est le quotient de fonctions dérivables donc

$$\text{sinc est dérivable sur } \mathbb{R}^*$$

• En 0 :

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{sinc}(x) - \mathrm{sinc}(0)}{x - 0} &= \frac{\frac{\sin(x)}{x} - 1}{x} \\ &= \frac{\sin(x) - x}{x^2} \\ &\underset{x\to 0}{\sim} \frac{-\frac{x^3}{3}}{x^2} \\ &\underset{x\to 0}{\sim} -\frac{x}{3} \qquad \underset{x\to 0}{\longrightarrow} 0 \end{aligned}$$

$$\text{sinc est dérivable en 0 et } \mathrm{sinc}'(0) = 0$$

en conclusion :

$$\boxed{\text{sinc est dérivable sur } \mathbb{R}}$$

29) Pour $x \neq 0$, $\mathrm{sinc}(x) = \dfrac{\sin(x)}{x}$ donc $\mathrm{sinc}'(x) = \dfrac{\cos(x)x - \sin(x)}{x^2}$

lorsque $\cos(x) \neq 0$, on a

$$\boxed{\mathrm{sinc}'(x) = \frac{-\cos(x)}{x^2}(\tan(x) - x)}$$

30)

$$\begin{aligned} \sin(x_n) &= \sin\left(u_n + n\pi + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \cos(u_n + n\pi) & \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\theta) \\ &= \cos(u_n)\cos(n\pi) & \cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*, \quad \sin(x_n) = (-1)^n \cos(u_n)}$$

31) Pour $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n \in \left]-\dfrac{\pi}{2} ; 0\right[$ $\qquad u_n = \arctan(x_n) - \dfrac{\pi}{2}$ et $x_n > 0$

or $\mathrm{sinc}(x_n) = (-1)^n \dfrac{\cos(u_n)}{x_n}$ donc $\boxed{\text{si } n \text{ est pair, } \sin(x_n) > 0 \text{ , si } n \text{ est impair, } \sin(x_n) < 0}$

$\mathrm{sinc}(x_n) = (-1)^n \dfrac{\cos(u_n)}{x_n}$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$, $x_n \sim n\pi$ *(question 24))* donc

$$\boxed{\mathrm{sinc}(x_n) \sim \frac{(-1)^n}{n\pi}}$$

32) sur $\left]-\dfrac{\pi}{2}+n\pi\,;\,\dfrac{\pi}{2}+n\pi\right[$, $g : x \longmapsto \tan(x) - x$ est strictement croissante et s'annule en x_n *(question 17) et 18))*

x	$n\pi - \frac{\pi}{2}$		x_n		$n\pi + \frac{\pi}{2}$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

et $x \longmapsto \cos(x)$ est une fonction usuelle donc sur $\left]-\dfrac{\pi}{2}+n\pi\,;\,\dfrac{\pi}{2}+n\pi\right[$, $\boxed{\text{si } n \text{ est pair } \cos(x) > 0\text{, sinon } \cos(x) < 0}$.

33) La question 29) a donné $\operatorname{sinc}'(x) = \dfrac{-\cos(x)}{x^2}\,(\tan(x) - x)$, ainsi avec les résultats de la question 32) on obtient :

si n pair

x	$n\pi - \frac{\pi}{2}$		x_n		$n\pi + \frac{\pi}{2}$
$\operatorname{sinc}'(x)$		$+$	0	$-$	

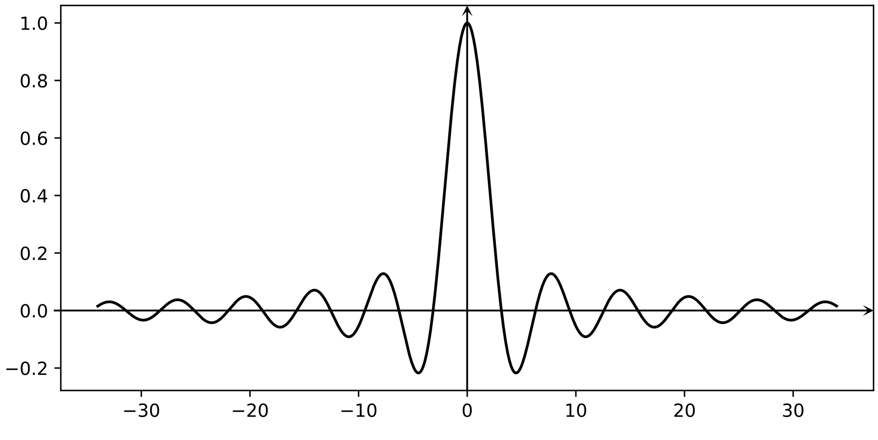
un maximum

si n impair.

x	$n\pi - \frac{\pi}{2}$		x_n		$n\pi + \frac{\pi}{2}$
$\operatorname{sinc}'(x)$		$-$	0	$+$	

un minimum

34) Allure de la courbe représentative de sinc sur le segment $[-\pi; 3\pi]$. on placera les valeurs x_1 et x_2.
(*Au tableau*)



FIN DE LA CORRECTION