

- Ex 1 :**
- 1) Quel est le nombre de codons, sachant que c'est un mot de trois lettres fait avec les lettres A, C, G, T ?
 - 2) Quel est le nombre de numéros secrets de carte bleue possibles ?
 - 3) Au départ d'un tiercé, il y a 10 chevaux. Combien de podium différents peut-on voir à l'arrivée ?
 - 4) On vous donne 5 cartes d'un jeu de 52 cartes. Quel est le nombre de mains différentes vous pouvez obtenir ?
 - 5) Un octet est une liste de longueur 8 ne contenant que des 1 ou des 0. Combien de caractères différents peut-on coder avec un octet ?
 - 6) Dans une population de 66 000 000 personnes on prélève un échantillon de taille 1000. Combien y a-t-il d'échantillons possibles ?

- 7) On remplit toutes les cases de la grille suivante avec les chiffres : 1, 2, ..., 9.

Combien de résultats différents peut-on obtenir ?

- 8) 45 élèves rentrent dans une salle où il y a 48 places assises.
Combien de répartitions différentes peut-on observer ?

- 9) Jouer une grille simple au loto consiste à cocher 6 cases sur une grille en comportant 49.
Combien y a-t-il de grilles possibles ?

- 10) Quel est le nombre de façons de cocher 4 cases dans un tableau de 14 cases comme sur la figure suivante ?

		×			×			×	×				
--	--	---	--	--	---	--	--	---	---	--	--	--	--

- 11) On peut choisir de mettre ou non une croix dans chacune des cases du carré ci-contre

Combien y a-t-il de résultats possibles ?

- 12) On doit cocher exactement 4 cases du carré ci-contre

Combien y a-t-il de résultats possibles ?

- 13) On considère une urne contenant 20 jetons numérotés de 1 à 20.
- a. On tire successivement et avec remise 5 jetons de cette urne. Combien y a-t-il de résultats possibles ?
 - b. On tire successivement et sans remise 5 jetons de cette urne. Combien y a-t-il de résultats possibles ?
 - c. On tire successivement et sans remise 20 jetons de cette urne. Combien y a-t-il de résultats possibles ?
 - d. On tire simultanément 5 jetons de cette urne. Combien y a-t-il de résultats possibles ?
- 14) On veut créer avec Python une liste L contenant toutes les listes de longueur 10 contenant exactement deux 1, trois 2 et cinq 3. Quelle sera la longueur d'une telle liste L ?

- Ex 2 :** Avec les élèves de la classe (*effectif* : 39). On souhaite désigner une délégation de 5 élèves dont un leader.
Combien de délégations différentes peut-on désigner ?

- Ex 3 :** Soient n et p deux entiers vérifiant $1 \leq p \leq n$ et E un ensemble de cardinal n .
On note A l'ensemble des couples (x, M) où $x \in E$, $M \subset E$ vérifiant $x \in M$ et $\text{card}(M) = p$.

$$A = \{(x, M) \in E \times \mathcal{P}(E) \mid x \in M \text{ et } \text{card}(M) = p\}$$

Dénombrer de deux manières différentes A pour retrouver une formule du cours sur les coefficients binomiaux.

- Ex 4 :** Avec les élèves de la classe (*effectif* : 39).

On voudrait désigner un groupe de colle de 3 élèves. (*une partie quelconque de la classe composée de 3 élèves*)

- 1) Combien y a-t-il de groupes de colle possibles avec Nokomie ?
- 2) Combien y a-t-il de groupes de colle possibles sans Nokomie ?

- Ex 5 :** Soient n et p deux entiers vérifiant $1 \leq p \leq n$, E un ensemble de cardinal n et $a \in E$.

- 1) Combien y a-t-il de parties de E à p éléments ?
- 2) Combien y a-t-il de parties de E à p éléments contenant a ?
- 3) Combien y a-t-il de parties de E à p éléments ne contenant pas a ?
- 4) Retrouver une formule du cours sur les coefficients binomiaux.

Ex 6 : On s'intéresse aux poignées de 5 cartes d'un jeu de 32 cartes. On note X le nombre de cœurs obtenus.

- 1) Combien de poignées différentes peut-on obtenir ?
- 2) Parmi l'ensemble des poignées, combien contiennent exactement 2 cœurs ?
- 3) Pour k un entier entre 0 et 5, quel est le cardinal de $(X = k)$?

Ex 7 : Soit n un entier naturel ($n \geq 3$). On lance une pièce n fois de suite.

- 1) Combien de résultats peut-on obtenir ?

On note X le nombre de piles obtenus.

- 2) Quel est le cardinal de l'événement $(X \geq 1)$?
- 3) Quel est le cardinal de l'événement $(X = 1)$?
- 4) Combien de résultats contiennent exactement deux piles ?
- 5) Combien de résultats contiennent exactement deux piles qui sont consécutifs ?
- 6) Combien y a-t-il de résultats avec une pile à la fin et exactement 3 piles en tout ?

Ex 8 : Soit n un entier naturel ($n \geq 2$). Une urne contient 3 boules blanches et n boules vertes.

On tire successivement et sans remise toutes les boules de l'urne.

- 1) Combien y a-t-il de résultats possibles ?
- 2) Combien y a-t-il de résultats possibles où les trois boules ne sont pas toutes les trois consécutives ?
- 3) Combien y a-t-il de résultats possibles où entre deux boules blanches il y a au moins une boule verte ?

Ex 9 : *Exercices pour tableau*

- 1) *Tableau 1 :* Ecrire l'ensemble des listes de 3 éléments de $\{0, 1\}$.
- 2) *Tableau 2 :* Ecrire l'ensemble des listes sans répétition de 2 éléments de $\{1, 2, 3, 4\}$.
- 3) *Tableau 3 :* Ecrire l'ensemble des combinaisons de 3 éléments de $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- 4) *Tableau 4 :* Ecrire l'ensemble des parties de $\{1, 2, 3, 4\}$.
- 5) *Tableau 5 :* Ecrire l'ensemble des permutations de $\{1, 2, 3\}$.
- 6) *Tableau 6 :* Ecrire l'ensemble des anagrammes du mot **AABCC**.

Ex 10 : Soit E un ensemble fini de cardinal n .

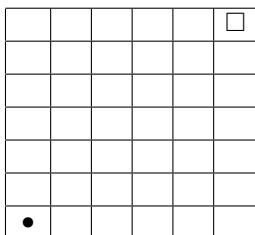
Combien existe-t-il de couples (A, B) de parties de E tels que $A \cap B = \emptyset$?

Indication : On pourra distinguer les cas en fonction du cardinal de A .

Ex 11 : Dans un quadrillage de $p \times n$ carreaux (n et $p \in \mathbb{N}^*$),

Combien y a-t-il de chemins allant du coin inférieur gauche au coin supérieur droit avec uniquement des pas vers la droite ou vers le haut ?

Exemple pour $p = 7$ et $n = 6$,



Pour que $\bullet$ aille en $\square$ il doit faire 6 déplacements vers le haut et 5 vers la droite.

Ex 12 : Soient n un entier et E un ensemble de cardinal n , on note :

$$S_1 = \sum_{A \in \mathcal{P}(E)} \text{card}(A) \quad S_2 = \sum_{(A,B) \in \mathcal{P}(E)^2} \text{card}(A \cap B) \quad S_3 = \dots$$

et pour chaque $k \in \llbracket 1, n \rrbracket$, $\mathcal{P}_k(E)$ l'ensemble des combinaisons de k éléments de E .

- 1) En remarquant que $(\mathcal{P}_k(E))_{1 \leq k \leq n}$ est une partition de $\mathcal{P}(E)$ montrer que : $S_1 = \sum_{k=0}^n k \binom{n}{k}$
- 2) En remarquant que $A \mapsto \bar{A}$ est une bijection de $\mathcal{P}(E)$ dans $\mathcal{P}(E)$ montrer que : $2S_1 = n2^n$
- 3) Soit $x \in E$, que vaut $\sum_{A \in \mathcal{P}(E)} \mathbb{1}_A(x)$, en déduire encore une fois la valeur de S_1 .
- 4) Montrer que : $S_2 = n4^{n-1}$.