

Feuille_Act_10 : Probabilités. Ensembles. Événements

Ex 1 : On lance un dé équilibré 1000 fois et on note pour $k \in \llbracket 1; 1000 \rrbracket$, S_k : "obtenir 6 au $k^{\text{ième}}$ lancer".

- 1) Quelle est la probabilité de n'obtenir que des 6 ?
- 2) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un 6 ?
- 3) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement un 6 ?

Ex 2 : Une urne contient 8 boules : 3 noires et 5 blanches.

On tire l'une après l'autre toutes les boules de l'urne sans remise.

- 1) Quelle est la probabilité que la première boule tirée soit noire ?
- 2) Quelle est la probabilité que la deuxième boule tirée soit noire ?
- 3) Quelle est la probabilité que la dernière boule tirée obtenue soit noire ?

Ex 3 : Une urne contient 10 boules blanches, 6 boules rouges et 4 boules noires.

On tire 3 boules successivement avec remise.

Calculer la probabilité que le tirage soit tricolore, bicolore puis unicolore.

On pourra traiter ces trois questions dans n'importe quel ordre.

Ex 4 : 1) On fait des tirages successifs sans remise de 4 jetons dans une urne contenant n jetons numérotés de 1 à n .

Quelle est la probabilité que les numéros obtenus apparaissent dans l'ordre croissant ?

2) On fait des tirages successifs avec remise de 4 jetons dans une urne contenant n jetons numérotés de 1 à n .

Quelle est la probabilité que les numéros obtenus apparaissent dans l'ordre strictement croissant ?

Ex 5 : Soient n et m deux entiers vérifiant $1 \leq m \leq n$ et $n \geq 3$.

Une urne contient n jetons numérotés de 1 à n ; on tire successivement et sans remise m jetons de l'urne,

- 1) Quelle est la probabilité qu'au premier tirage on obtienne le numéro 1 ?
- 2) Quelle est la probabilité qu'au m -ième tirage on obtienne le numéro 1 ?
- 3) Quelle est la probabilité que les m tirages forment une suite décroissante ?

Ex 6 : Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in]0, 1[$, on possède une pièce qui donne Pile avec la probabilité p qu'on lance n fois.

Quelle est la probabilité qu'il y ait au moins un pile et qu'après le premier pile il n'y ait que des piles ?

Ex 7 : Une urne contient 10 dés équilibrés :

3 dés classiques avec des faces ①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥ et 7 dés portant 2 faces ①, 2 faces ③, 2 faces ⑥

- 1) On tire un dé et on le lance. Quelle est la probabilité d'obtenir un six ?
- 2) On tire un dé et on le lance deux fois. Quelle est la probabilité d'obtenir un double-six ?
- 3) On tire deux dés simultanément et on les lance. Quelle est la probabilité d'obtenir un double-six ?
- 4) On lance tous les dés. Quelle est la probabilité d'obtenir que des 6 ?

Ex 8 : On lance deux dés parfaits et on considère les événements :

A_1 : "le premier dé amène un nombre pair",

A_2 : "le deuxième dé amène un nombre pair",

A_3 : "la somme des nombres obtenus est paire".

- 1) Etudier l'indépendance deux à deux de ces trois événements.
- 2) Etudier l'indépendance mutuelle de ces trois événements.

Ex 9 : On dispose de trois urnes U_1 , U_2 et U_3 : U_1 contient 3 boules rouges et 1 blanche, U_2 contient 4 boules rouges et 1 blanche et U_3 contient 5 boules rouges et 1 blanche.

On choisit au hasard une urne et on tire une boule.

- 1) Quelle est la probabilité que la boule tirée soit rouge ?
- 2) On obtient une boule rouge, quelle est, alors, la probabilité que cette boule vienne de l'urne U_1 ?

Préciser le modèle probabiliste usuel choisi puis répondre à la question.

Les lettres n , p , k , n_1 et n_2 désignent des entiers naturels non nuls.

- 1) On lance un dé équilibré.
Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ?
- 2) On lance un dé équilibré deux fois de suite.
Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un 6 ?
- 3) On lance quatre dés équilibrés.
Quelle est la probabilité que la somme des numéros obtenus soit égale à 5 ?
- 4) On lance n dés équilibrés.
Quelle est la probabilité que tous les dés donnent le même résultat ?
- 5) On lance trois dés équilibrés.
Quelle est la probabilité d'obtenir un "421" ?
- 6) On lance quatre pièces équilibrées. On note X_1 le nombre de piles et X_2 le nombre de faces.
Quelle est la probabilité de l'événement $X_1 = X_2$?
- 7) On choisit au hasard un nombre entier entre 1 et 10.
Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre premier ?
- 8) On choisit au hasard et simultanément deux nombres entiers entre 1 et 100.
Quelle est la probabilité d'obtenir deux nombres consécutifs ?
- 9) On choisit au hasard et simultanément p nombres entiers entre 1 et 100.
Quelle est la probabilité d'obtenir p nombres consécutifs ?
- 10) On choisit au hasard, successivement et sans remise deux nombres entiers entre 1 et 100.
Quelle est la probabilité d'obtenir deux nombres dans l'ordre croissant ?
- 11) On choisit au hasard, successivement et avec remise p nombres entiers entre 1 et 100.
Quelle est la probabilité d'obtenir p nombres consécutifs dans l'ordre croissant ?
- 12) On tire au hasard une boule dans une urne contenant deux rouges, une verte et trois noires.
Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge ?
- 13) On tire simultanément 3 boules dans une urne contenant 10 boules numérotées de 1 à 10.
Quelle est la probabilité d'obtenir trois nombres consécutifs ?
- 14) On tire successivement et sans remise 3 boules dans une urne contenant 10 boules numérotées de 1 à 10.
On note X_i le numéro du i ème tirage.
Quelle est la probabilité $(X_1 = 1) \cap (X_{10} = 10)$?
- 15) On tire successivement et sans remise toutes les boules d'une urne contenant 10 boules numérotées de 1 à 10.
Quelle est la probabilité de les obtenir dans l'ordre ?
- 16) On tire successivement et avec remise 3 boules dans une urne contenant 10 boules numérotées de 1 à 10.
Quelle est la probabilité que la première valeur soit 1 et la dernière 10 ?
- 17) On tire successivement et sans remise toutes les boules d'une urne contenant 2 boules rouges et 8 boules vertes.
Quelle est la probabilité d'obtenir les deux boules rouges l'une juste après l'autre ?
- 18) On tire successivement et avec remise 10 boules d'une urne contenant 2 boules rouges et 8 boules vertes.
On note X le nombre de boules rouges obtenues.
Quelle est la probabilité de l'événement $(X = 2)$?
- 19) On tire simultanément 2 boules dans une urne contenant 5 boules rouges et 10 boules vertes.
Quelle est la probabilité d'obtenir 2 boules rouges ?
- 20) On tire simultanément p boules dans une urne contenant n_1 boules rouges et n_2 boules vertes.
On note X le nombre de boules rouges obtenues.
Quelle est la probabilité, pour chaque k , de l'événement $(X = k)$?