

La colle commencera par une ou deux questions de cours.

• **Révisions : Matrices.**

Opérations sur les matrices. Propriétés. Matrice inversible. Matrice transposée.
Matrices colonnes, lignes, triangulaires, diagonales ...
Rang d'une matrice.

• **Espaces vectoriels.**

Si F est un sous-espace vectoriel de E , alors F est de dimension finie et $\dim(F) \leq \dim(E)$.
si de plus les deux dimensions sont égales, alors $F = E$.
Rang d'une famille finie de vecteurs,
il peut se calculer comme le rang de la matrice des coordonnées de la famille dans n'importe quelle base.
Définition du rang d'une matrice A : dimension de l'espace engendré par les colonnes de A .
 $\text{rg}(M) = \text{rg}(M^T)$, donc c'est aussi la dimension de l'espace engendré par les lignes de A .
Pour $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, M inversible si, et seulement si, $\text{rg}(M) = n$.
Dans un espace vectoriel E de base $\mathcal{B}$,
une famille de vecteurs $\mathcal{F}$ est une base si, et seulement si sa matrice $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(\mathcal{F})$ est inversible.

• **Révisions : Dénombrement.**

Définition d'un ensemble fini et de son cardinal. Propriétés.
Nombre des p -listes. Tirages successifs avec remise.
Nombre des p -listes sans répétitions. Tirages successifs sans remise. Nombre des permutations.
Nombre des p -combinaisons. Tirages simultanés. Dénombrement des parties d'un ensemble fini.
Dénombrement des anagrammes. Somme sur un ensemble fini.

• **Révisions : Probabilité sur un univers fini.**

Quand Ω est fini, on prend $\mathcal{P}(\Omega)$ comme ensemble des événements.
Propriétés et vocabulaire des événements. Définition d'une probabilité. Propriétés.
Cas d'équiprobabilité. Modèles classiques de tirages dans des urnes. Lien avec le dénombrement.
Probabilité conditionnelle. Formule des probabilités composées.
Formule des probabilités totales. (2 versions)
Formule de Bayes.
Indépendance.
(On pourra utiliser la notation des variables aléatoires, mais rien n'a été revu)

Exemples de questions de cours :

- Une question de cours sur : "Révisions sur les matrices".

Exemples :

Définition de matrices triangulaires, inversibles, transposée, diagonales, identité.
matrices symétriques, antisymétriques.
Définition du produit matriciel.
Formule du binôme. Inversibilité des matrices 2×2
Théorème fondamental sur l'inversibilité des matrices triangulaires.
Définition du rang d'une matrice.

- Une question de cours sur : "Dénombrement".

Exemples :

Nombre de p -uplets, d'arrangements, de combinaisons, de parties, d'anagrammes.
Lister les p -uplets, les arrangements, les combinaisons, les parties, les anagrammes dans des cas simples.

- Une question de cours sur : " Probabilité sur un univers fini".

Exemples :

Définition d'une probabilité.
Définition d'un événement.
Définition de la probabilité conditionnelle sachant A .
Définition de l'indépendance de 2 événements.
Définition de l'indépendance mutuelle de n événements.
Enoncé des deux versions de la formule des probabilités totales

Exercices :

- Inversibilité d'une matrice.
- Calcul de l'inverse.
- Calcul du rang.
- Dénombrement d'une partie d'un ensemble de référence.

(Exemple : Combien d'éléments de $\llbracket 1, n \rrbracket^p$ contiennent exactement deux 1) Réponse : $\binom{n}{2}(n-1)^{p-2}$

(Exemple : Combien de combinaisons de 4 éléments de $\llbracket 1; 10 \rrbracket$ contiennent 1 et 2) Réponse : $\binom{8}{2} = 28$

(Exemple : Combien d'anagrammes de MISSISSIPPI commencent et finissent par S) Réponse : $\frac{9!}{2!2!4!} = 3780$

- Modèle d'urnes.
- Situation d'équiprobabilité. Utilisation du dénombrement.
- Exercices de probabilité avec utilisation des théorèmes.