$BCPST \ 2_A$ 2025-2026

Colles de mathématiques - Semaine 8 - du 24/11/25

La colle commencera par deux questions de cours :

une sur un des deux chapitres de révision et une sur les nouveaux chapitres : Probabilités ou VAR discrètes.

Pas d'informatique cette semaine.

• Révisions : Variables aléatoires réelles sur un univers fini.

Définition. $X(\Omega)$, SCE associé à X. Loi de probabilité. Fonction de répartition.

Espérance. Linéarité. Théorème de Transfert.

Variance. $V(aX + b) = a^2V(X)$. Formule de Keenig-Huygens. Ecart-type. Variable centrée réduite.

Indépendance de deux VAR, de n VAR. E(XY), V(X+Y).

Lois usuelles : certaine, Bernoulli, uniforme, binomiale. Définition, espérance et variance.

(sauf pour l'uniforme).

• Probabilités sur un univers quelconque.

Ensemble des événements sur un ensemble quelconque : Notion de tribu.

Définition des événements $\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n$ et $\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n$ et propriétés.

Définition d'un système complet d'événements.

Définition d'une probabilité. (Axiome de σ -additivité).

Evénements négligeables, presque sûrs et système quasi-complet d'événements.

Formule des probabilités totales. (avec un système complet ou un système quasi-complet). (Les deux versions)

Définition d'une variable aléatoire quelconque.

Définition de la fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle quelconque.

Propriétés communes à toutes les fonctions de répartition.

Définition de l'indépendance de deux variables aléatoires réelles, de n VAR, d'une suite de VAR.

Lemme de coalition.

• Révisions : Equations différentielles linéaires.

Solution de y' + a(t)y = 0. (Un espace vectoriel de dimension 1. Conséquence : si $f \neq 0$ et $f \in S_0$ alors $S_0 = Vect(f)$)

Remarque : La fonction nulle est la seule solution de y' + a(t)y = 0 qui s'annule sur I.

Résolution de y' + a(t)y = f(t).

Principe de superposition. Méthode de variations de la constante.

Solution de ay'' + by' + cy = 0. (Un espace vectoriel de dimension 2)

Résolution de ay'' + by' + cy = f(t) avec $a \neq 0$.

Principe de superposition. Conditions initiales.

La forme d'une solution particulière est donnée lorsque f n'est pas une fonction constante.

• Variables aléatoires réelles discrètes.

Définition d'une variable aléatoire discrète sur un espace probabilisable (Ω, \mathcal{F}) .

Système quasi-complet d'événements associé à une variable aléatoire discrète.

Définition de la loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète X.

Condition d'existence et définition de l'espérance mathématique d'une variable aléatoire discrète.

Linéarité. Croissance. Théorème de transfert.

Variance. Définition et propriétés.

Exercices:

- Reconnaissances des lois usuelles finis. Y compris des lois conditionnelles.
- Exercices sur le programme de révision sur les VAR sur un univers fini.
- Exercices de probabilité sur un univers quelconque avec utilisation des théorèmes (totales ou composées, utilisation d'un SCE).
- Exercices sur les VAR discrètes sur un univers quelconque.

(Pouvant utiliser les capacités du cours sur les séries)