Commentaires sur la feuille_Exo_14 : Valeurs propres. Vecteurs propres.

A la question 3)b) de l'Ex.1.

Plusieurs d'entre-vous sont venus me voir pour que je justifie la déduction suivante :

$$P_0 \in E_1(\varphi),\ P_0 \neq 0_E \text{ et } \dim(E_1(\varphi)) = 1 \ \ \textbf{donc} \ \ E_1(\varphi) = \mathrm{Vect}(P_0)\ .$$

C'est bien de se demander d'où cela vient.

- *Au tableau j'ai essayé une interprétation géométrique :*

  Si Δ est une droite vectorielle et $\vec{u} \in \Delta$ avec $\vec{u} \neq \vec{0}$ alors $\vec{u}$ est un vecteur directeur de Δ et ainsi $\Delta = \mathrm{Vect}(\vec{u})$

C'est un raisonnement que j'utilise souvent dans des contextes plus ou moins simples pour vous.

- *dans le cours sur les équations différentielles, j'avais donné cet argument relativement subtil :*

  Si f est une solution non nulle de l'équation différentielle $(E) : y' + a(t)y = 0$
  alors l'ensemble des solutions de (E) est $\mathrm{Vect}(f)$.

Comment détailler la justification avec le cours : F désigne un sous-espace vectoriel.

La proposition utilisée est : *(telle quelle elle n'est pas dans le cours)*

Si F est de dimension 1 et u est un vecteur non nul de F alors $F = \mathrm{Vect}(u)$

C'est un cas particulier de la proposition suivante : *(telle quelle elle n'est pas non plus dans le cours)*

Si F est de dimension p et $(u_1, ..., u_p)$ est une famille libre de vecteurs de F alors $F = \mathrm{Vect}(u_1, ..., u_p)$

Autrement dit :

Si F est de dimension p et $(u_1, ..., u_p)$ est une famille libre de vecteurs de F
alors $(u_1, ..., u_p)$ est une famille génératrice de F

Ou encore :

Si F est de dimension p et $(u_1, ..., u_p)$ est une famille libre de vecteurs de F
alors $(u_1, ..., u_p)$ est une base de F

Dans le cours cette proposition, ce théorème apparaît sûrement sous la forme :

En dimension n, une famille libre de n vecteurs est une base.