

Interrogation 7 (25 minutes) (Sujet B)
--

La calculatrice n'est pas autorisée. *Le brouillon est autorisé.*

Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous voulez.

On suivra les consignes habituelles : Conclure et encadrer les conclusions, numérotter les pages, commencer par f continuer sur ..., ...

- 1) Montrer la convergence et calculer l'intégrale : $\int_0^1 \frac{2}{\sqrt{t}} dt.$
- 2) Énoncer le théorème fondamental de l'analyse.
- 3) Justifier l'existence et calculer l'intégrale : $\int_1^2 t^2 \ln(t) dt$ *Indication : Faire une intégration par parties.*
- 4) Montrer la convergence et calculer l'intégrale : $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{1}_{[1,+\infty[}(t) e^{-3t} dt.$
- 5) Calculer l'intégrale $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ *Indication : on fera le changement de variable $x = \sin(\theta)$.*
- 6) Justifier la convergence et calculer $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{1}_{[0,2]}(t) \cdot t^2 dt.$
- 7) Soit $\alpha \in \mathbb{R}$, donner une primitive de $t \mapsto \frac{1}{t^\alpha}$ sur $]0, +\infty[$. *Indication : on discutera suivant les valeurs de α .*
- 8) Déterminer la nature de $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-3t}}{e^{-t} + 1} dt.$ *Indication : on cherchera un équivalent simple de la fonction intégrée.*
- 9) Montrer que l'intégrale suivante diverge : $\int_1^{+\infty} \frac{2 + \cos(t)}{t} dt.$ *Indication : on minorera la fonction intégrée par une fonction simple.*
- 10) Justifier la convergence et donner la valeur de l'intégrale : $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t}{(2 + |t|^3)^2} dt.$ *Indication : on cherchera un équivalent simple en $+\infty$ de la fonction intégrée.*