Interrogation 7 (25 minutes) **(Sujet A)**

La calculatrice n'est pas autorisée. *Le brouillon est autorisé.*

Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous voulez.

On suivra les consignes habituelles : Conclure et encadrer les conclusions, numéroter les pages, commencer par f continue sur ..., ...

1) Montrer la convergence et calculer l'intégrale $\displaystyle\int_0^2 \ln(t)\,\mathrm{d}t$.

2) Montrer la convergence et calculer l'intégrale $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{1}_{[1,+\infty[}(t)e^{-2t}\,\mathrm{d}t$.

3) Justifier l'existence et calculer l'intégrale : $\displaystyle\int_0^1 te^{-t}\,\mathrm{d}t$. *Indication : Faire une intégration par parties.*

4) Énoncer le théorème fondamental de l'analyse.

5) Soit $\alpha \in \mathbb{R}$, donner une primitive de $t \longmapsto \dfrac{1}{t^\alpha}$ sur $]0,+\infty[$. *Indication : on discutera suivant les valeurs de α.*

6) Déterminer la nature de $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{t}{t^3+1}\,\mathrm{d}t$. *Indication : on cherchera un équivalent simple de la fonction intégrée.*

7) Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^1 \sqrt{1-t^2}\,\mathrm{d}t$ *Indication : on fera le changement de variable $t = \cos(x)$.*

8) Justifier la convergence et calculer $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{1}_{[-1,1]}(t).t^2\,\mathrm{d}t$.

9) Montrer que l'intégrale suivante diverge : $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{2+\sin(t)}{t}\,\mathrm{d}t$.
Indication : on minorera la fonction intégrée par une fonction simple.

10) Justifier la convergence et donner la valeur de l'intégrale : $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t}{(2+t^4)^2}\,\mathrm{d}t$.
Indication : on cherchera un équivalent simple en$+\infty$ de la fonction intégrée.