

Colles de mathématiques - Semaine 17 - du 09/02/26

La colle commencera par une question de cours, les démonstrations peuvent être données en exercice. Pas d'informatique cette semaine.

- **Révisions.**

Fonction de répartition des variables aléatoires. (*Pour une variable aléatoire quelconque*).

Intégrales généralisées.

Variables aléatoires discrètes.

- **Variables aléatoires réelles à densité.**

Définition d'une densité de probabilité. Définition d'une variable aléatoire réelle à densité.

Caractérisation des variables à densité (*CNS permettant de dire qu'une variable aléatoire est à densité*).

Savoir passer d'une densité à la fonction de répartition ou de la fonction répartition à une densité.

Dans ce contexte, pour répondre à "Donner la loi de X " :

① on détermine la fonction de répartition de X .

② on justifie (*si c'est le cas*) que X est une variable aléatoire à densité.

③ on détermine une densité de X .

Sur des exemples simples, recherche de la loi de $u(X)$, X ayant une densité donnée.

Loi du maximum ou du minimum de variables aléatoires indépendantes.

Espérance d'une variable à densité, propriétés. Théorème de transfert. Variance, écart-type.

Lois usuelles à densité :

Loi uniforme sur $[a, b]$. Densité. Fonction de répartition, espérance, variance, écart-type, simulation.

Stabilité de l'ensemble des lois uniformes par transformation affine.

Loi exponentielle de paramètre λ ($\lambda \in]0; +\infty[$).

Densité. Fonction de répartition, espérance, variance, écart-type.

Loi sans mémoire. (*à savoir redémontrer*)

Simulation de la loi exponentielle.

Pas encore les lois normales, pas encore la somme de VAR indépendantes.

- **Informatique.**

Fonction de calcul de la moyenne et l'écart-type d'une série statistique.

Fonction qui renvoie le tableau de valeurs des fréquences cumulées d'une série statistique.

Simulation de la réalisation d'une variable aléatoire X suivant une loi usuelle discrète ou continue.

Avec une longue série de simulations :

- Estimation d'une probabilité. (*fréquence des réalisations*)

- Estimation de l'espérance d'une variable aléatoire (*moyenne arithmétique des réalisations*)

- Estimation de la fonction de répartition (*Courbe des fréquences cumulées*)