

Ex 1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé.

- 1) Déterminer les coordonnées d'un vecteur normal à chacune des droites D suivantes :
 - a. $D : 3x + 2y = 1$
 - b. $D : y = 2x + 1$
 - c. $D = (AB)$ où $A(1, 2)$ et $B(2, -3)$.
 - d. D passant par $A(1, 0)$ et dirigé par $\vec{v}(1, 2)$
- 2) Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur de chacune des droites D suivantes :
 - a. $D : -x + 3y = 4$
 - b. $D : y = -2x + 3$
 - c. $D = (AB)$ où $A(-1, 0)$ et $B(2, -3)$.
 - d. D passant par $A(2, 3)$ et dirigé par $\vec{v}(-1, 2)$
- 3) Déterminer une représentation paramétrique de chacune des droites D suivantes :
 - a. $D : -x + 2y + 4 = 0$
 - b. $D : y = -x + 3$
 - c. $D = (AB)$ où $A(-1, 1)$ et $B(2, 0)$.
 - d. D passant par $A(0, 3)$ et dirigé par $\vec{v}(1, 2)$

Ex 2. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé.

- 1) Déterminer les coordonnées d'un vecteur normal à chacun des plans P suivants :
 - a. $P : -x + 2y + 4z = 1$
 - b. $P : y + 2z = 2$
 - c. $P = (ABC)$ où $A(-1, 1, 0)$, $B(1, 2, 0)$ et $C(1, 2, 1)$.
 - d. P passant par $A(1, 0, 3)$ et de base $(\vec{u}, \vec{v})$ avec $\vec{u}(1, 2, 1)$ et $\vec{v}(1, -1, 0)$
- 2) Déterminer une base de chacun des plans P suivants :
 - a. $P : -x + 2y + 4z = 1$
 - b. $P : x + 2y = 2$
 - c. $P = (ABC)$ où $A(-1, 1, 0)$, $B(1, 2, 0)$ et $C(1, 2, 1)$.
 - d. P passant par $A(1, 0, 3)$ et de vecteur normal $\vec{n}(1, -1, 0)$
- 3) Déterminer une représentation paramétrique de chacune des droites D suivantes :
 - a. D passant par $A(1, 0, 3)$ et dirigée par $\vec{v}(1, -1, 0)$
 - b. D définie par $2x + 3y - z = 1$ et $x + y + z = 2$
- 4) Déterminer une équation cartésienne de chacun des plans P suivants :
 - a. $P = (ABC)$ où $A(-1, 1, 0)$, $B(1, 2, 0)$ et $C(1, 2, 1)$.
 - b. P passant par $A(1, 4, 3)$ et de vecteur normal $\vec{n}(3, -1, 2)$
 - c. P passant par $A(1, 0, 3)$ et de base $(\vec{u}, \vec{v})$ avec $\vec{u}(1, 2, 1)$ et $\vec{v}(1, -1, 0)$
- 5) Déterminer une représentation paramétrique de chacun des plans P suivants :
 - a. P passant par $A(1, 0, 3)$ et de base $(\vec{u}, \vec{v})$ avec $\vec{u}(1, 2, 1)$ et $\vec{v}(1, -1, 0)$
 - b. $P = (ABC)$ où $A(-1, 1, 0)$, $B(1, 2, 0)$ et $C(1, 2, 1)$.
 - c. P passant par $A(1, 4, 3)$ et de vecteur normal $\vec{n}(3, -1, 2)$

Ex 3. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé.

On note $P : 2x + y - z = 1$ et M le point de coordonnées $(3, 2, 1)$

Le but de cet exercice est de déterminer la distance de M à P .

- 1) Déterminer un point A de P et une base de P .
- 2) Donner les coordonnées d'un vecteur normal à P
- 3) Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal de M sur P .
- 4) Conclure.

Ex 4. Dans le plan muni d'un repère orthonormé.

On considère la droite $D = (AB)$ où $A(1, 1)$ et $B(3, -1)$, ainsi que le point $M(2, 3)$.

Le but de cet exercice est de déterminer la distance de M à la droite D .

- 1) Déterminer un vecteur directeur de la droite D .
- 2) Donner les coordonnées d'un vecteur normal à D .
- 3) Déterminer une équation cartésienne de D .
- 4) Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal de M sur D .
- 5) Conclure.

Ex 5. On se place dans le plan et on considère les droites suivantes :

$$\Delta_1 : x + y = 1 \qquad \Delta_2 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Pour chacune de ces deux droites :

- 1) Tracer la droite Δ_i dans un repère orthonormal.
- 2) Représenter la droite D_i passant par O et perpendiculaire à Δ_i .
- 3) Déterminer un vecteur directeur de la droite D_i .

Ex 6. On se place dans l'espace.

Donner un point et une base du sous-espace vectoriel dirigeant les droites ou plans suivants.

$$A_1 : \begin{cases} x + y = 1 \\ x + 2y - z = 2 \end{cases} \qquad A_2 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \qquad A_3 : \begin{cases} x = 2 + t - t' \\ y = 1 - t + 2t' \\ z = 2t - t' \end{cases} \quad ((t, t') \in \mathbb{R}^2)$$

$$A_4 : x + 2y - 3z = 3 \qquad A_5 : \begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ 2x + 2y - z = 2 \end{cases} \qquad A_6 : \begin{cases} x = 2 + t + t' \\ y = 1 - 2t - 2t' \\ z = 3 - t - t' \end{cases} \quad ((t, t') \in \mathbb{R}^2)$$

Ex 7. Dans tous les cas suivants déterminer la distance de A à Δ .

- 1) $A(1, -4)$ et $\Delta : y = -2x + 3$
- 2) $A(-1, 1)$ et $\Delta : 2x + 3y = 1$
- 3) $A(-1, 1)$ et $\Delta : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Ex 8. Dans tous les cas suivants déterminer la distance du point A à la droite Δ .

- 1) $A(1, -4, 1)$ et $\Delta : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = -1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$
- 2) $A(1, -4, 1)$ et $\Delta : \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$.

Ex 9. Dans tous les cas suivants déterminer la distance du point A au plan $\mathcal{P}$.

- 1) $A(1, -1, 1)$ et $\mathcal{P} : x + y - z = 1$.
- 2) $A(1, 0, 1)$ et $\mathcal{P} : \begin{cases} x = 1 + t + t' \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + t' \end{cases} \quad ((t, t') \in \mathbb{R}^2)$

Ex 10. Dans le plan rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère trois points A , B et C de coordonnées respectives $(1, 1)$, (a, a^2) et $(-a^2, a)$ avec $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$.

- 1) Justifier l'existence de la droite (AB) et de la médiatrice de $[BC]$ puis montrer que ces deux droites ne sont pas parallèles.
- 2) Quand on fait varier a , décrire le lieu du point M intersection de la droite (AB) et de la médiatrice du segment $[BC]$.