

Feuille info_24 : Régression linéaire.

Ce TD est motivé par les sujets MMI 2017-2019-2021.

Vous trouverez en annexe des extraits de MMI 2017 et 2019.

Ces deux sujets illustrent bien une notion importante : la meilleure approximation au sens des moindres carrées.

Partie 1 : Lire la partie 1 du sujet **MMI 2017** puis répondre aux questions suivantes.

(Ici toutes les questions se réfèrent à la partie 1 du sujet MMI 2017)

- 1) Faire la question 1) .
- 2) Répondre à la question 5)
- 3) Représenter le nuage de points correspondant aux valeurs de la question 4).

```
x = np.array([2,4,6,8,10,12,14,16,18,20], dtype=float)
y = np.array([8,13,20,27,32,38,44,50,56,62], dtype=float)
```

- 4) Tracer la droite de régression linéaire en utilisant les fonctions écrites à la question 1).
- 5) Répondre à la question 3).
- 6) Faire la démonstration de la question 2)

Partie 2 : Lire la partie 1 du sujet MMI 2019 puis répondre aux questions suivantes.

- 1) Répondre à la question 1. a) (de la partie 1 du sujet MMI 2019)
- 2) Commenter et expliquer le programme ci-dessous donné aussi en annexe.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

data = np.loadtxt("huron.csv", delimiter=";")
annees = data[:,0]
niveaux = data[:,1]

plt.plot(annees, niveaux, "o-", color = "k", markersize=3)
plt.xlabel("Années")
plt.ylabel("Niveau du lac (m)")
plt.title("Niveaux du lac Huron")

T = np.array([np.ones(len(annees)), annees, annees**2]).T
beta = np.linalg.inv(T.T @ T) @ (T.T @ niveaux)
ajustement = T @ beta

plt.plot(annees, ajustement, 'r')
plt.show()
```

- 3) Expliquer pourquoi $T\hat{\beta}$ est le projeté orthogonal de Y sur un espace vectoriel que vous préciserez.
- 4) Peut-on avoir la même approche dans le sujet MMI 2017 ?
- 5) Retrouver le résultat de la partie 1 avec l'approche de la partie 2.

Partie 3 : Étude de différents modèles.

On s'intéresse à la relation entre la taille d'une plante (en cm) et sa masse (en g).

On dispose des données suivantes :

x	5	7	9	11	13	15	17	19
y	1.2	1.8	2.5	3.3	4.2	5.1	6.3	7.4

Commenter et expliquer ce que fait le programme donné en annexe.