

Fiche de révision – Géométrie

1. Droites et cercles dans le plan

- **Vecteur directeur. Repr. paramétrique d'une droite.**

Une droite D est définie par un point $A(x_0, y_0)$ et un vecteur directeur $\vec{u} = (a, b) \neq (0, 0)$:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- **Vecteur normal à une droite. Éq. cartésienne.**

Un vecteur $\vec{n} = (a, b)$ est normal à D si :

$$D : ax + by = c$$

- **Vecteurs d'une droite du plan.**

Les vecteurs de la droite $D : ax + by = c$ sont les vecteurs $\vec{u}(x, y)$ vérifiant

$$ax + by = 0$$

- **Coefficient directeur.**

Si $b \neq 0$, on peut écrire :

$$y = mx + p \quad \text{avec} \quad m = -\frac{a}{b}$$

- **Équation cartésienne d'un cercle.**

Cercle de centre $A(x_0, y_0)$ et de rayon r :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

2. Droites et plans dans l'espace

- **Vecteur directeur. Repr. paramétrique d'une droite.**

Une droite D définie par $A(x_0, y_0, z_0)$ et $\vec{u} = (a, b, c)$:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- **Base d'un plan. Repr. paramétrique d'un plan.**

Un plan P est défini par un point A et deux vecteurs non colinéaires $\vec{u}, \vec{v}$:

$$M = A + s\vec{u} + t\vec{v} \quad (s, t \in \mathbb{R})$$

- **Vecteur normal d'un plan. Éq. cartésienne.**

Un plan admet une équation :

$$ax + by + cz + d = 0$$

où $\vec{n} = (a, b, c)$ est un vecteur normal.

- **Vecteurs d'un plan.**

Les vecteurs de la droite $D : ax + by + cz = d$ sont les vecteurs $\vec{u}(x, y, z)$ vérifiant

$$ax + by + cz = 0$$

3. Projection orthogonale

- **Projection de M sur une droite D**

Si D est dirigée par $\vec{u}$ et passe par A , le projeté H vérifie

$$H = A + t\vec{u} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u} = 0$$

- **Distance de M à D**

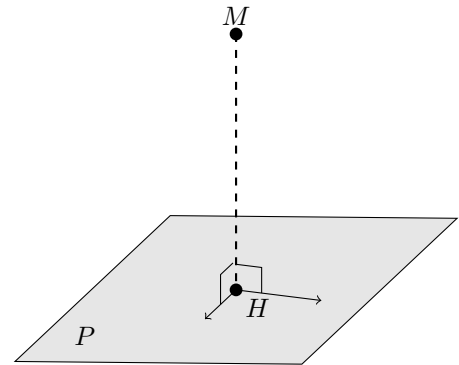
$$d(M, D) = MH$$

- **Projection de M sur un plan P**

Si $\vec{n}$ est un vecteur normal à P :

$$H = M + t\vec{n} \quad \text{avec} \quad H \in P$$

H est le projeté orthogonal de M sur P

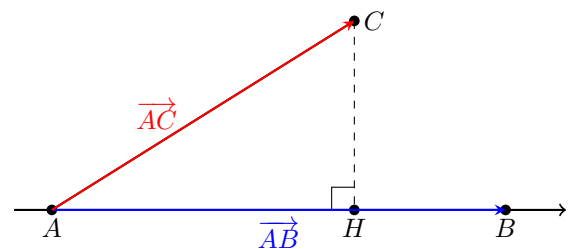


- **Distance de M à P**

$$d(M, P) = MH$$

4. Produit scalaire

- **Produit scalaire et projection orthogonale**



$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH}$$

Dans $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$:

$$u \cdot v = \sum u_i v_i$$

Projection de u sur v :

$$\text{proj}_v(u) = \frac{u \cdot v}{\|v\|^2} v$$

- **Projection orthogonale et cosinus**

$$u \cdot v = \|u\| \|v\| \cos \theta \quad \implies \quad \cos \theta = \frac{u \cdot v}{\|u\| \|v\|}$$