

Exercices donnés à la fin de la correction de la feuille_Exo_25 : Test du Khi_2.

Ex 1 : On étudie la transmission d'un caractère chez une plante. Un croisement hétérozygote \times hétérozygote donne théoriquement les proportions suivantes : $AA : \frac{1}{4}$, $Aa : \frac{1}{2}$, $aa : \frac{1}{4}$.

On observe sur un échantillon de 320 individus :

Génotype	AA	Aa	aa
Effectif observé	70	190	60

- 1) Déterminer les effectifs théoriques.
- 2) Calculer la statistique du χ^2 .
- 3) Au seuil de 5%, peut-on considérer que le modèle mendélien est compatible avec les observations ?
- 4) Proposer des interprétations biologiques en cas de rejet.

Ex 2 : On étudie la répartition d'une espèce végétale sur une parcelle divisée en quatre zones de même surface.

On observe les effectifs suivants :

Zone	1	2	3	4
Effectif observé	120	80	110	90

- 1) Formuler l'hypothèse H_0 correspondant à une répartition uniforme.
- 2) Déterminer les effectifs théoriques et calculer la statistique du χ^2 .
- 3) Conclure au seuil de 5%.
- 4) Proposer des facteurs écologiques pouvant expliquer les écarts observés.

Ex 3 : On mesure la production d'un composé lors d'une réaction enzymatique, classée en quatre niveaux. Le modèle théorique prévoit les proportions suivantes : 10%, 20%, 40%, 30%.

Sur un échantillon de 500 mesures, on observe :

Classe	1	2	3	4
Effectif observé	40	120	210	130

- 1) Déterminer les effectifs théoriques et calculer la statistique du χ^2 .
- 2) Conclure au seuil de 5%.
- 3) Proposer des explications biologiques en cas de rejet.

Ex 4 : Le but de cet exercice est de répondre à la question suivante :

"On lance 1000 fois un dé et on obtient les résultats suivants :

faces	1	2	3	4	5	6
effectifs	160	180	163	150	166	181

Pensez-vous que ce dé est équilibré ?"

On étudie l'expérience : On lance $N = 1000$ fois ce dé.

on note pour chaque $i \in \llbracket 1, 6 \rrbracket$, X_i le nombre de face i obtenues et $C = \sum_{i=1}^6 \frac{(X_i - N/6)^2}{N/6}$

- 1) On note $Z = \sum_{k=1}^5 Y_k$ où Y_1, \dots, Y_5 sont 5 gaussiennes centrées réduites indépendantes.

Tracer la fonction de répartition de Z à l'aide d'une longue série de simulations.

Comparer (*graphiquement*) votre courbe avec celle de la fonction F suivante :

```
from scipy.stats import chi2
F = chi2(df = 5).cdf
```

- 2) Tracer dans le même repère la fonction de répartition de C à l'aide d'une longue série de simulations.

On approche, alors la fonction de répartition de C par F

(Fonction de répartition de la loi du Khi^2 avec 5 degrés de liberté)

- 3) Quelle valeur c_{obs} prend C avec les résultats donnés en introduction ?
- 4) Quelle est la probabilité de $C \geq c_{\text{obs}}$?
- 5) Reprendre la question avec les résultats suivants :

faces	1	2	3	4	5	6
effectifs	195	145	158	179	149	174

Ex 5 : Pour chacun des exercices précédents, expliquer pourquoi : "Ne pas rejeter H_0 ne signifie pas que H_0 est vraie." Préciser également les conditions d'application du test du χ^2 .

Table de la fonction de répartition de la loi du khi 2.

x	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_3(x)$	$F_4(x)$	$F_5(x)$
0.5	0.520	0.221	0.084	0.026	0.007
1	0.683	0.393	0.199	0.091	0.037
2	0.843	0.632	0.427	0.264	0.173
3	0.916	0.777	0.608	0.442	0.325
4	0.955	0.865	0.739	0.594	0.456
5	0.975	0.918	0.828	0.713	0.584
6	0.987	0.950	0.893	0.808	0.692
7	0.993	0.969	0.939	0.878	0.781
7.81	0.995	0.980	0.950	0.920	0.846
8	0.996	0.982	0.954	0.932	0.865
9	0.998	0.989	0.971	0.962	0.916
10	0.999	0.993	0.982	0.978	0.947