Correction de la feuille Cours_14 : Test d'hypothèse de conformité à la moyenne.

Je rappelle que la notion de p-value et le test du Khi_ 2 sont hors-programme.

1) a. $H_0 : \mu = 100 \qquad H_1 : \mu \neq 100$

$$T_n = \frac{\sqrt{50}(102 - 100)}{10} = \frac{\sqrt{50} \times 2}{10} \approx 1{,}41$$

b. $|T_n| < 1{,}96$ donc $\boxed{\text{on ne rejette pas } H_0 \text{ au seuil de } 5\%}$

c. **Interprétation** : les données sont compatibles avec une taille moyenne de 100 cm.

d. p-value $\approx 2(1 - \Phi(1{,}41)) \approx 16\%$.

2) a. $H_0 : \mu = 11$

$$T_n = \frac{\sqrt{40}(12{,}5 - 11)}{2} \approx 4{,}74$$

b. $|T_n| > 1{,}96$ donc $\boxed{\text{On rejette } H_0 \text{ au seuil de } 5\%}$.

c. La production est significativement différente de 11.

d. p-value très petite ($< 0{,}001$) : résultat très significatif.

3) On mesure la masse (en mg) de 100 graines. On obtient :$m_n = 48 \qquad s_n = 12$
On souhaite tester si la masse moyenne vaut 50 mg.

a. $T_n = \dfrac{\sqrt{100}(48 - 50)}{12} = \dfrac{10 \times (-2)}{12} \approx -1{,}67$

b. $|T_n| < 1{,}96$: $\boxed{\text{on ne rejette pas } H_0 \text{ au seuil de } 5\%}$

c. Un écart entre $\overline{X}_n$ et μ_0 peut être juste dû au hasard d'échantillonnage.

4) On mesure les temps d'attente (en minutes) d'un bus pour 80 usagers. On obtient : $m_n = 6{,}5 \qquad s_n = 3$
On teste si le temps moyen est de 5 minutes.

a. Calculer T_n.

b. Conclure au seuil de 5%.

c. Interpréter le résultat dans le cadre du modèle théorique étudié.

5) On observe un phénomène sur 200 individus. On modélise les résultats par une variable réelle.
On obtient : $m_n = 0{,}42$ et $s_n = 0{,}1$ et on souhaite tester si la moyenne vaut 0,5.

a. Calculer la statistique T_n.

b. Conclure au seuil de 5%.

c. Comment interpréter un rejet très net de H_0 ?

6) On veur tester dans les deux cas suivants l'hypothèse : $\mu = 100$.
Expérience A : $n = 25$, $m_n = 102$, $s_n = 10$ **Expérience B :** $n = 100$, $m_n = 102$, $s_n = 10$

a. Calculer T_n dans chaque cas.

b. Comparer les décisions.

c. Expliquer l'influence de la taille de l'échantillon sur le test.

7) a. On lance 1000 fois un dé et on obtient 150 fois la face 6. Le dé semble t-il équilibré ?

b. On lance 100000 fois un dé et on obtient 15000 fois la face 6. Le dé semble t-il équilibré ?

8) Un agriculteur a mis en culture 100 plants de soja pour lesquels l'industriel affirme qu'au bout de 6 semaines ils mesurent en moyenne 40 cm.

Au bout de 6 semaines il mesure les hauteurs suivantes :

hauteurs	36	37	38	39	40	41
effectifs	6	11	26	32	14	11

a. Calculer la moyenne empirique m_n et la variance empirique s_n^2 de cette série statistique.

b. Calculer : $\dfrac{m_n\sqrt{n} - 40\sqrt{n}}{s_n}$.

c. Peut-il, à la vue de ces valeurs, mettre en doute la valeur annoncée par l'industriel ?

9) *Questions de synthèse.*

a. Ne pas rejeter H_0 signifie simplement que les données sont compatibles avec H_0.

b. Test moyenne : variable quantitative, statistique normalisée.
Test χ^2 : données qualitatives, comparaison d'effectifs.

c. Conditions : indépendance, taille suffisante, variance finie.

d. Une petite p-value signifie que les données sont très peu compatibles avec H_0.

e. La p-value donne un niveau de significativité précis, contrairement à un seuil fixe.