

**Programme de colles**  
**Semaine 6 du 3/11 au 7/11/2025**

**Suites réelles**

- Vocabulaire des suites réelles : (strictement) positive/négative, (strictement) croissante/décroissante, minorée, majorée, bornée, périodique.  
Ces propriétés peuvent s'énoncer à partir d'un certain rang.
- Limite (finie ou infinie) d'une suite. Unicité de la limite.
- Suites extraites de rangs pairs et impairs. Théorème des suites extraites.
- Opérations usuelles sur les limites.
- Propriétés liées à la relation d'ordre :
  - \* Signe d'une suite de limite  $\ell \in \mathbf{R}^*$
  - \* Passage à la limite dans une inégalité
  - \* Théorème d'encadrement (des gendarmes)
  - \* Théorème de comparaison
  - \* Théorème de convergence monotone
- Suites adjacentes, théorème des suites adjacentes
- Relation de négligeabilité, notation "petit o", échelle de croissances comparées
- Relation d'équivalence, notation  $\sim$ 
  - \* Deux suite équivalentes sont de même nature
  - \* Opérations sur les équivalents
  - \* Équivalents usuels pour des suites de limite nulle
- Suites récurrentes usuelles :
  - \* Suites arithmétiques
  - \* Suites géométriques
  - \* Suites arithmético-géométriques
  - \* Suites récurrentes linéaires d'ordre 2
- Autres exemples de suites récurrentes, du type :  $u_{n+1} = f(u_n)$   
L'étude de telles suites devra être guidée.
- Suites implicites :  $u_n$  est l'unique solution d'une équation  $(E_n)$ .  
L'étude de telles suites devra être guidée.

**Dynamiques de populations**

- Exemples de modèles discrets, définis par des suites récurrentes.  
Utilisation de l'outil informatique.  
Le modèle de Malthus discret :  $p_{n+1} = \alpha.p_n$
- Exemples de modèles continus, définis par une équation différentielle.  
Le modèle de Malthus continu :  $p'(t) = \alpha.p(t)$   
Le modèle logistique continu :  $p'(t) = \alpha.p(t). \left(1 - \frac{p(t)}{K}\right)$   
Le modèle de Gompertz :  $p'(t) = \alpha.p(t). \ln \left(\frac{K}{p(t)}\right)$

**Questions de cours :**

1. Énoncer la définition d'une suite arithmétique, terme général, somme des termes consécutifs
2. Énoncer la définition d'une suite géométrique, terme général, somme des termes consécutifs
3. Terme général d'une suite vérifiant une relation du type  $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$  dans le cas  $a^2 - 4b > 0$
4. Terme général d'une suite vérifiant une relation du type  $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$  dans le cas  $a^2 - 4b = 0$
5. Terme général d'une suite vérifiant une relation du type  $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$  dans le cas  $a^2 - 4b < 0$

6. Énoncer la définition d'une suite majorée, minorée, bornée
7. Énoncer la définition et le théorème des suites adjacentes
8. Définition de suites équivalentes et donner des équivalents usuels au choix de l'examinateur
9. Croissances comparées entre les suites puissance  $n^\alpha$  ( $\alpha > 0$ ), géométrique  $a^n$  ( $a > 1$ ) et factorielle  $n!$
10. Citer le théorème des gendarmes (ou d'encadrement)
11. Citer le théorème de comparaison
12. Citer le théorème des suites extraites de rangs pairs et impairs