Exercice 1 :
On effectue une enquête sur les goûts des consommateurs concernant les accessoires automobiles.
Dans la population interrogée, 90% souhaitent un véhicule équipé d'une peinture métalisée, 15% souhaitent des sièges en cuir et 12% souhaitent ces deux équipements.
On choisit au hasard un individu dans cette population.
Quelle est la probabilité pour qu'il souhaite au moins l'un des deux équipements ?

Exercice 2 : On tire simultanément deux cartes dans un jeu de 32 cartes.

1. a. Donner l'univers Ω associé à cette expérience.
   b. Calculer la probabilité d'obtenir deux dames.
2. Reprendre la question **1**. dans le cas où les deux cartes sont tirées :
   a. successivement, avec remise.
   b. successivement, sans remise.

Exercice 3 : Une urne contient 12 jetons marqués U, I, E, E, E, L, L, V, V, V, V, V.
On tire successivement sans remise 5 jetons et on inscrit les lettres obtenues dans l'ordre du tirage pour obtenir un "mot". Quelle est la probabilité pour que le mot écrit soit ELEVE ?

Exercice 4 : Pendant une épidémie, on étudie un ensemble de familles ayant deux enfants en bas âge : une fille et un garçon. On constate que :

* 20% des filles sont malades.
* 40% des garçons sont malades.
* Parmi les familles dont la fille est malade, le garçon est aussi malade dans 70% des cas.

On choisit au hasard une famille ayant participé à l'étude.

1. Calculer la probabilité de l'événement : « les deux enfants sont malades ».
2. Calculer la probabilité de l'événement : « au moins un des enfants est malade ».
3. Calculer la probabilité de l'événement : « aucun des deux enfants n'est malade ».
4. Sachant que le garçon est malade, calculer la probabilité de l'événement : « la fille l'est aussi ».
5. Sachant que le garçon n'est pas malade, calculer la probabilité que la fille soit malade.

Exercice 5 : Une assemblée d'adultes est constituée de 45% de femmes et de 55% d'hommes.
On sait que seuls 25% des hommes et 10% des femmes pratiquent un sport.

1. On choisit au hasard une personne dans l'assemblée.
   Quelle est la probabilité que cette personne soit sportive ?
2. On choisit au hasard une personne dans l'assemblée. Cette personne est sportive.
   Quelle est la probabilité que cette personne soit une femme ?

Exercice 6 :
Le contrôle des voyageurs est assuré à un poste frontière par 3 douaniers : messieurs X, Y et Z.
Chaque voyageur est contrôlé par un douanier et un seul. Le douanier X contrôle 2 voyageurs sur 10, le douanier Y en contrôle 3 sur 10 et le douanier Z en contrôle 5 sur 10.
Le douanier X détecte les fraudeurs une fois sur deux, le douanier Y une fois sur trois et le douanier Z une fois sur quatre.
Quelle est la probabilité pour qu'un fraudeur se présentant au hasard à ce poste soit détecté ?

Exercice 7 : Soit n et N deux entiers naturels non nuls tels que $n \leqslant N$. On tire sans remise n boules d'une urne contenant N boules numérotées de 1 à N. Soit un entier k tel que $1 \leqslant k \leqslant N$.
On désigne par A_k l'événement « tous les numéros des boules tirées sont inférieurs ou égaux à k ».

1. Donner l'univers Ω associé à cette expérience.
2. Comparer au sens de l'inclusion les événements A_{k-1} et A_k.
3. Interpréter l'événement $A_k \setminus A_{k-1}$ (A_k privé de A_{k-1}).
4. Calculer $\mathbf{P}(A_k)$ et $\mathbf{P}(A_k \setminus A_{k-1})$.
5. Reprendre les questions précédentes en supposant que le tirage se fasse avec remise.

Exercice 8 : On dispose de deux urnes U_A et U_B. L'urne U_A contient 3 boules noires et 2 boules blanches ; l'urne U_B contient 1 boule noire et 4 boules blanches. On choisit au hasard une urne et on tire une boule dans cette urne. Si on tire une boule blanche on la remet et on tire dans la même urne, si on tire une boule noire on la remet et on tire dans l'autre urne. On note pour tout entier naturel non nul n A_n l'événement : « le n-ième tirage a lieu dans l'urne U_A » et on pose $a_n = \mathbf{P}(A_n)$.

1. Calculer la probabilité que les trois premiers tirages se fassent dans U_A.
2. Soit n un entier, $n \geqslant 2$. Exprimer a_n en fonction de a_{n-1}.
3. Calculer la probabilité de tirer une boule noire au deuxième tirage.
4. Sachant qu'on tire une boule noire au deuxième tirage, calculer la probabilité qu'on ait tiré dans U_A au second tirage.

Exercice 9 : Pour se rendre au travail, Mme T. prend le bus en face de chez elle. Elle a le choix entre celui de la ligne A et celui de la ligne B. Le premier jour, elle choisit un bus au hasard. Les jours suivants, elle prend le même bus que la veille si celui-ci lui a permis d'arriver à l'heure au bureau la veille, sinon, elle en change.
La probabilité que Mme T. arrive à l'heure par la ligne A est a et par la ligne B est b.
On note A_k l'événement : "le $k^{\text{ième}}$ jour, Mme T. prend le bus A".

1. Montrer que pour tout k dans $\mathbf{N}^\star$, $\mathbf{P}(A_{k+1}) = (a+b-1)\mathbf{P}(A_k) + 1 - b$.
2. Déterminer alors $\mathbf{P}(A_n)$ en fonction de n.
3. Calculer la probabilité p_n que Mme T. arrive à l'heure le $n^{\text{ième}}$ jour.
4. Quelle est la limite de la suite (p_n) ?

Exercice 10 :
Soit $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), \mathbf{P})$ un espace probablisé fini, et A, B, C trois événements de probablité non nulle.
Vrai ou faux ? Justifier.

1. L'événement A ne peut être indépendant de lui-même.
2. Deux événements incompatibles sont dépendants.
3. L'événement impossible est indépendant de tout événement.
4. Si $\mathbf{P}(A \cap B) = \mathbf{P}(A)\,\mathbf{P}(B)$, alors A et B sont indépendants.
5. Si $\mathbf{P}(A \cap B \cap C) = \mathbf{P}(A)\,\mathbf{P}(B)\,\mathbf{P}(C)$, alors les événements A, B, C sont mutuellement indépendants.