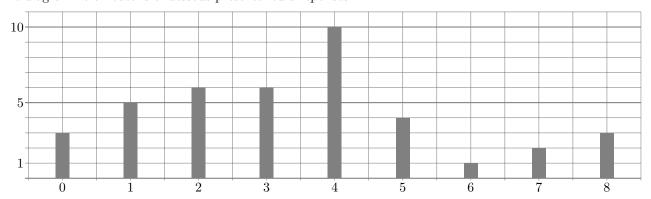
Exercice 1

On a demandé à des adolescents de 14 à 18 ans combien de fois ils allaient au cinéma par an. Le diagramme en bâtons ci-dessous présente leurs réponses :



- 1. Quelle est la population étudiée et quel est son effectif? Quel est le caractère étudié?
- 2. Déterminer l'étendue, le mode, la médiane, la moyenne et l'écart-type de cette série.

Exercice 2

Dans une entreprise de 90 employés, la répartition des salaires (en milliers d'euros) est donnée par :

| classe de salaire | [1; 1,6[| [1,6; 2,0[| [2,0; 2,4[| [2,4; 2,8[| [2,8; 3,4[| [3,4; 4,2[| [4,2;5,0[|
|-------------------|----------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|
| effectif | 12 | 12 | 14 | 15 | 17 | 12 | 8 |

- 1. Construire l'histogramme associé à cette série. En déduire la classe modale.
- 2. Déterminer la valeur de la médiane de cette série, ainsi que l'écart interquartile.
- 3. Calculer la moyenne et l'écart-type de cette série statistique.

Exercice 3

Lors d'un concours d'entrée à une grande école, deux jurys différents attribuent aux candidats des notes sur 20, résumées par classes dans le tableau suivant :

| classe de note | [0, 2[| [2, 4[| [4, 6[| [6, 7[| [7, 8[| [8, 9[| [9, 10[| [10, 11[| [11, 13[| [13, 17] |
|-----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|----------|----------|----------|
| x : effectif (jury A) | 0 | 1 | 2 | 6 | 10 | 12 | 18 | 28 | 15 | 8 |
| y : effectif (jury B) | 1 | 2 | 1 | 10 | 14 | 16 | 18 | 24 | 11 | 3 |

- 1. Calculer la moyenne \bar{x} et l'écart-type s_x des notes accordées par le jury A.
- 2. Calculer la moyenne \bar{y} et l'écart-type s_y des notes accordées par le jury B.
- 3. On désire harmoniser les notes par péréquation. Pour ce faire, on modifie affinement les notes du jury B de manière à obtenir une moyenne et un écart-type identiques à ceux du jury A.

On pose donc z = ay + b où $a \in \mathbb{R}_+$ et $b \in \mathbb{R}$ sont choisis tels que $\bar{z} = \bar{x}$ et $s_z = s_x$.

- a. Déterminer a et b.
- b. Un candidat du jury B ayant obtenu initialement 9,2 a-t-il maintenant la moyenne?

Exercice 4

Une entreprise souhaite faire des prévisions sur son chiffre d'affaires (en millions d'euro). Ses chiffres d'affaires réalisés depuis 2014 sont donnés dans le tableau suivant :

| année | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|-----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| x: rang de l'année | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| y: chiffre d'affaires | 16 | 19 | 22 | 23 | 24 | 26 | 27 | 30 |

- 1. Représenter le nuage de points M_0, M_1, \dots, M_7 de cette série statistique. Un ajustement affine est-il indiqué dans cette situation?
- 2. Déterminer le point moyen G du nuage de points et le placer sur le dessin.
- 3. Soit G_1 le point moyen du nuage des points M_0 , M_1 , M_2 , M_3 et soit G_2 le point moyen des points M_4 , M_5 , M_6 , M_7 . Calculer les coordonnées de G_1 et de G_2 puis donner une équation de la droite (G_1G_2) , dite droite de Mayer. Placer G_1 , G_2 et (G_1G_2) sur le dessin. Que constate-t-on? Donner une explication.
- 4. Déterminer la droite de régression (de y par rapport à x) et la représenter sur le dessin.
- 5. Estimer, à l'aide de la droite de *Mayer* puis de la droite de régression, le chiffre d'affaires prévisible pour 2024.

Exercice 5

L'étude d'une population animale en voie de disparition a donné les résultats suivants :

| année | 1950 | 1960 | 1970 | 1980 | 1990 | 2000 | 2010 |
|-----------------------|--------|-------|-------|------|------|------|------|
| x: rang de l'année | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| y: nombre d'individus | 15 000 | 4 500 | 1 300 | 250 | 110 | 30 | 8 |

- 1. Représenter le nuage de points $M_0,\,M_1,\,\cdots,\,M_6$ de cette série statistique double. Un ajustement affine est-il indiqué dans cette situation?
- 2. On pose $z = \ln(y)$.
 - a. Dans le tableau précédent, remplacer la ligne de y par celle de z. Représenter alors le nuage de points L_0, L_1, \dots, L_6 de cette nouvelle série statistique double. Un ajustement affine est-il maintenant indiqué?
 - b. Déterminer la droite de régression (de z par rapport à x) et la représenter sur le dessin.
 - c. En déduire α , β réels tels que $y = \alpha \beta^x$. Est-il étonnant que β soit inférieur à 1?

Exercice 6

- 1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On considère la série statistique bivariée $S = \{(k, k^2), k \in [-n, n]\}$.
 - a. Montrer que : $\overline{x} = \overline{xy} = 0$.
 - b. En déduire que le coefficient de corrélation linéaire r_{xy} est nul.
- 2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On considère la série statistique bivariée $S = \{(k, k^2), k \in [0, n]\}$.
 - a. Exprimer $\overline{x}, \overline{y}, \overline{xy}$ en fonction de n. On rappelle que : $\sum_{k=0}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.
 - b. En déduire que : $s_x^2 = \frac{n(n+2)}{12}$ et $\operatorname{Cov}(x,y) = \frac{n^2(n+2)}{12}$.
 - c. On admet que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $\sum_{k=0}^{n} k^4 = \frac{1}{30} n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)$.

Montrer que : $s_y^2 = \frac{1}{180} n(n+2)(2n+1)(8n-3)$.

d. En déduire le coefficient de corrélation linéaire r_{xy} , préciser sa limite lorsque n tend vers $+\infty$.

2