

Exercice 1 . Déterminer un développement limité à l'ordre 3 en 0 de :

- | | |
|---|---|
| 1. $f_1 : x \mapsto e^{\frac{x}{2}} - \sqrt{1+x}$ | 4. $f_4 : x \mapsto \sqrt{\cos x}$ |
| 2. $f_2 : x \mapsto e^x \times \ln(1+x)$ | 5. $f_5 : x \mapsto \frac{e^x}{\cos x}$ |
| 3. $f_3 : x \mapsto \ln(\cos x)$ | 6. $f_6 : x \mapsto \sin(x - x^2)$ |

Exercice 2 .

- Étudier la limite en 0 de $f_7 : x \mapsto \frac{e^x}{x^3} - \frac{1}{x^3(1-x)} + \frac{\sin x}{2x^2}$.
- Étudier la limite en $+\infty$ de $f_8 : x \mapsto x^2 (\ln(x+1) - \ln x) - x$

Exercice 3 . Donner un développement limité à l'ordre 3 en 1 de $f_9 : x \mapsto e^x \times \ln(2+x)$.

Exercice 4 . Pour tout $x \in \mathbf{R}$, on pose $\text{ch}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ et $\text{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

Soit $n \in \mathbf{N}$. Déterminer un DL_{2n} de $\text{ch}(x)$ et un DL_{2n+1} de $\text{sh}(x)$ en 0.

Exercice 5 . Soit $\tilde{\sin} : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [-1, 1]$ définie par $\tilde{\sin}(x) = \sin x$.

- Rappeler pourquoi $\tilde{\sin}$ réalise une bijection de $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ dans $[-1, 1]$.
- On appelle Arcsin la bijection réciproque de $\tilde{\sin}$.
 - Étudier la dérivabilité de Arcsin.
 - Donner un DL_4 de Arcsin en 0.

Exercice 6 . Soit $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ définie par $f(x) = e^{-\frac{1}{|x|}}$ si $x \neq 0$, et $f(0) = 0$.

- Montrer que f est continue sur $\mathbf{R}$.
- Soit $n \in \mathbf{N}^*$.
 - Étudier la limite en 0 de $\frac{f(x)}{x^n}$.
 - Établir un DL_n de f en 0.