

Programme de colles
Semaine 1 du 14/09 au 18/09

Séries de réels

- Définition, notation $\sum_{n \geq n_0} u_n$ ou $\sum u_n$. Sommes partielles $S_n = \sum_{k=n_0}^n u_k$.
- Convergence d'une série, somme d'une série convergente, notation $\sum_{n=n_0}^{+\infty} u_n$.
- Combinaison linéaire de séries convergentes.
- Théorème de comparaison pour des séries à termes positifs.
- Théorème d'équivalence pour des séries à termes positifs.
- Convergence absolue : définition, elle entraîne la convergence.
- Convergence et somme des séries géométriques, et dérivées première et seconde :

$$\sum_{n \geq 0} q^n \quad \sum_{n \geq 1} nq^{n-1} \quad \sum_{n \geq 2} n(n-1)q^{n-2}$$
 où la raison q est telle que $|q| < 1$.
- Convergence et somme de la série exponentielle ($x \in \mathbf{R}$) : $\sum_{n \geq 0} \frac{x^n}{n!}$
- Divergence de la série harmonique $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n}$ et convergence de la série $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2}$.

Questions de cours :

1. Définir : "la série de terme général u_n converge ", et définir alors la somme de cette série.
2. Que dire du comportement asymptotique de (u_n) lorsque $\sum u_n$ converge ?
 Que dire de $\sum u_n$ lorsque (u_n) ne converge pas vers 0 ?
3. Théorème de comparaison pour des séries à termes positifs.
4. Théorème d'équivalence pour des séries à termes positifs.
5. Définition de la convergence absolue, critère de convergence et inégalité sur les sommes.
6. Définition et critère de convergence d'une série télescopique.
7. Définition et critère de convergence d'une série géométrique, et dérivées première et seconde.
8. Définition et critère de convergence d'une série exponentielle.
9. Nature des séries $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n}$ et $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2}$.