

Programme de colles
Semaine 3 du 28/09 au 2/10

Probabilités

- Expérience aléatoire, univers Ω , événements, événement certain, événement impossible.
- Notion de tribu $\mathcal{T}$ sur Ω (aucune question sur les tribus ne doit être posée).
- Événements incompatibles, système complet d'événements.
- Définition d'une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{T})$.
- Propriétés d'une probabilité :
 $\mathbf{P}(\bar{A}) = 1 - \mathbf{P}(A)$, $\mathbf{P}(\emptyset) = 0$, $\mathbf{P}(A \cup B) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) - \mathbf{P}(A \cap B)$, $A \subset B \implies \mathbf{P}(A) \leq \mathbf{P}(B)$
- Pour des événements $(A_n)_{n \in \mathbf{N}}$ 2 à 2 incompatibles, $\sum_{n \geq 0} \mathbf{P}(A_n)$ converge et $\mathbf{P}\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} \mathbf{P}(A_n)$
- Probabilité conditionnelle sachant A , notation $\mathbf{P}_A(B)$ ou $\mathbf{P}(B|A)$. $\mathbf{P}_A$ est une probabilité.
- Formule des probabilités composées (conditionnements successifs).
- Système quasi-complet d'événements.
- Formule des probabilités totales : si $(A_n)_{n \in \mathbf{N}}$ est un système quasi-complet d'événements, alors la série de terme général $\mathbf{P}(A_n \cap B)$ est convergente et $\mathbf{P}(B) = \sum_{n=0}^{+\infty} \mathbf{P}(A_n \cap B)$.
 Si de plus pour tout n , $\mathbf{P}(A_n) \neq 0$, alors $\mathbf{P}(B) = \sum_{n=0}^{+\infty} \mathbf{P}(A_n) \mathbf{P}_{A_n}(B)$.
- Formule de Bayes.
- Indépendance de 2 événements, indépendance mutuelle de n événements, d'une suite d'événements.

Questions de cours :

1. Définition d'une probabilité sur un univers Ω .
2. Définition d'une probabilité conditionnelle.
3. Définition de l'indépendance mutuelle de n événements.
4. Formule des probabilités composées.
5. Formule des probabilités totales.
6. Formule de Bayes.