

Programme de colles
Semaine 4 du 5/10 au 9/10

En raison de la fermeture du lycée le lundi 5 octobre, le programme est modifié comme suit :

Probabilités

- Expérience aléatoire, univers Ω , événements, événement certain, événement impossible.
 - Notion de tribu $\mathcal{T}$ sur Ω (aucune question sur les tribus ne doit être posée).
 - Événements incompatibles, système complet d'événements.
 - Définition d'une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{T})$.
 - Propriétés d'une probabilité :
 $\mathbf{P}(\bar{A}) = 1 - \mathbf{P}(A)$, $\mathbf{P}(\emptyset) = 0$, $\mathbf{P}(A \cup B) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) - \mathbf{P}(A \cap B)$, $A \subset B \implies \mathbf{P}(A) \leq \mathbf{P}(B)$
 - Pour des événements $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ 2 à 2 incompatibles, $\sum_{n \geq 0} \mathbf{P}(A_n)$ converge et $\mathbf{P}\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} \mathbf{P}(A_n)$
 - Probabilité conditionnelle sachant A , notation $\mathbf{P}_A(B)$ ou $\mathbf{P}(B | A)$. $\mathbf{P}_A$ est une probabilité.
 - Formule des probabilités composées (conditionnements successifs).
 - Système quasi-complet d'événements.
 - Formule des probabilités totales : si $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est un système quasi-complet d'événements, alors la série de terme général $\mathbf{P}(A_n \cap B)$ est convergente et $\mathbf{P}(B) = \sum_{n=0}^{+\infty} \mathbf{P}(A_n \cap B)$.
- Si de plus pour tout n , $\mathbf{P}(A_n) \neq 0$, alors $\mathbf{P}(B) = \sum_{n=0}^{+\infty} \mathbf{P}(A_n) \mathbf{P}_{A_n}(B)$.
- Formule de Bayes.
 - Indépendance de 2 événements, indépendance mutuelle de n événements, d'une suite d'événements.

Variables aléatoires réelles (VAR) discrètes

- Variable aléatoire réelle discrète sur $(\Omega, \mathcal{T})$.
- Loi de probabilité d'une VAR discrète.
- Fonction de répartition : définition, croissance, limites en $\pm\infty$.
- Retrouver la loi de probabilité à partir de la fonction de répartition.
- Moments d'une VAR discrète.
- Espérance d'une VAR : définition, linéarité, croissance.
- Théorème de transfert.
- Variance d'une VAR discrète, $\mathbf{V}(aX + b)$, $\mathbf{V}(X) \geq 0$.
- Formule de König-Huygens.
- Écart-type, variable centrée, variable centrée réduite, X^* variable centrée réduite associée à X .

Questions de cours :

1. Définition d'une probabilité sur un univers Ω .
2. Définition d'une probabilité conditionnelle.
3. Définition de l'indépendance mutuelle de n événements.
4. Formule des probabilités composées.
5. Formule des probabilités totales.
6. Formule de Bayes.
7. Formule des probabilités totales pour un système (quasi) complet d'événements lié à une VAR discrète.
8. Définition de la loi de probabilité d'une VAR discrète.
9. Définition du moment d'ordre r d'une VAR discrète.

10. Définition de l'espérance d'une VAR discrète.
11. Théorème de transfert pour une fonction d'une VAR discrète.
12. Définition de la variance et de l'écart-type d'une VAR discrète.
13. Théorème de König-Huygens.
14. Espérance, variance et écart-type de $Y = aX + b$.
15. Définition de la variable centrée réduite associée à une VAR discrète.