

Programme de colles
Semaine 1 du 15/09 au 19/09/2025

Révisions de trigonométrie

- Fonctions sinus, cosinus, tangente :
 - * définitions, valeurs remarquables
 - * régularités (périodicité, symétries)
 - * dérivabilité, variations, courbes représentatives
 - * équivalents en 0, développements limités pour sinus et cosinus
- Formulaire de trigonométrie pour sinus et cosinus :
 - * formules d'addition
 - * formules de duplication
 - * formules de linéarisation de $\sin^2$ et $\cos^2$
- Trigonométrie réciproque :
 - * définition de Arcsinus, Arccosinus, Arctangente
 - * Étude de la fonction Arctan : dérivée, variations, limites, graphe

Révisions sur les nombres complexes

- Le nombre i , forme algébrique d'un nombre complexe, ensemble $\mathbf{C}$ des complexes
- Addition, multiplication dans $\mathbf{C}$
- Conjugaison, forme algébrique de l'inverse d'un complexe non nul, quotient
- Module et argument d'un complexe, forme trigonométrique
- Notation d'Euler : $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta)$, forme exponentielle
- Produits, quotients, puissances sous forme exponentielle
- Formules d'Euler, formule de Moivre
- Représentation géométrique : le plan complexe, image d'un complexe, affixe d'un point du plan complexe
- Technique de linéarisation de produits ou puissances de sinus ou cosinus
- Expressions de $\cos(nt)$ ou $\sin(nt)$ en fonction de $\cos(t)$ et $\sin(t)$
- Transformation de Fresnel : si $z = a + ib = re^{i\theta} \in \mathbf{C}^*$, alors : $\forall t \in \mathbf{R}, a \cos(t) + b \sin(t) = r \cos(t - \theta)$
- Équations du second degré à coefficients réels
- Racines n -ème d'un complexe donné sous forme exponentielle

Révisions d'analyse

- Applications, injections, surjections, bijections
- Composées, bijection réciproque d'une application bijective
- Fonctions usuelles :
 - * fonction valeur absolue
 - * fonctions exponentielles $x \mapsto e^x$ ou $x \mapsto a^x$ avec $a > 0$
 - * fonctions logarithme népérien et logarithme décimal
 - * fonctions puissances $x \mapsto x^\alpha$: α entier, $\alpha = \frac{1}{n}$ avec $n \in \mathbf{Z}^*$ ou α quelconque
 - * fonctions polynomiales
- Notions de limites : finie ou infinie en $a \in \mathbf{R}$ ou en $\pm\infty$
- Limites et relation d'ordre :
 - * passage à la limite dans une inégalité
 - * théorème d'encadrement (des gendarmes)
 - * théorèmes de comparaison
 - * théorème de la limite monotone
- Négligeabilité, équivalence :
 - * définitions
 - * opérations sur les équivalents
 - * équivalents usuels en 0

- Notion de continuité :
 - * définition, prolongement continu
 - * théorème des bornes atteintes
 - * théorème des valeurs intermédiaires
 - * théorème de la bijection continue
- Notion de dérivabilité :
 - * définition, fonction de classe $\mathcal{C}^k$
 - * lien avec les tangentes, équations des tangentes
 - * opérations usuelles sur les dérivées
 - * théorème de Rolle
 - * théorème des accroissements finis, inégalité des accroissements finis
- Développements limités
 - * définition
 - * formule de Taylor-Young
 - * développements limités usuels en 0 :

$$x \longmapsto \frac{1}{1-x} \quad x \longmapsto \ln(1+x) \quad x \longmapsto e^x \quad x \longmapsto (1+x)^\alpha \quad \alpha \in \mathbf{R} \text{ fixé}$$

$$x \longmapsto \sin(x) \quad x \longmapsto \cos(x) \quad x \longmapsto \text{Arctan}(x)$$

Questions de cours :

Pour cette première semaine de colles, l'examineur pourra interroger les étudiants sur n'importe quelle partie du programme de colles (une définition, un théorème, une formule de trigonométrie, de dérivation, un développement limité...).