

**Développer :**

[Q1.] $\frac{A+B}{C}$

[Q2.] $\frac{A+B}{C+D}$

[Q3.] $\frac{A}{B+C}$

[Q4.] $(e^x)^3$

[Q5.] $(2^n)^2$

[Q6.] $(2^{2^n})^2$

[Q7.] $e^{-x+1}(e^x - 1)$

[Q8.] $\binom{n}{2}$

Factoriser :

[Q9.] $e^{-x^2+x} + e^x$ par e^x

[Q10.] $x^2 - 4x$

[Q11.] $x^4 - 3x^2$

[Q12.] $x^4 - 4x^2$

[Q13.] $4^n - 2^n$

[Q14.] $48 - 3x^4$

[Q15.] $4^n - 2^n$

[Q16.] $x^\alpha - x^{\alpha-1}$ ($\alpha > 1$)

[Q17.] $2^{2n+1} - 2^{2n}$

[Q18.] $2^{-(2n+1)} - 2^{-2n}$

[Q19.] $x^{n+1} - x^{n-1} + 2nx^n$

[Q20.] $t^4 - 2t^2 + 1$

[Q21.] $1 - u^4$

[Q22.] $3x^2 - 3$

[Q23.] $t^4 - 2t^2 + 1$

[Q24.] $(x + y)^2 - 4xy$

[Q25.] $(\theta \in \mathbf{R}) \quad x^2 - 2x \cos \theta + 1$

[Q26.] $1 + 2 + 3 + \dots + n$

Simplifier :

[Q27.] $1 - (1 - x)(1 - y) + xy$

[Q28.] Soit $p \in]0, 1[$, $q = 1 - p$, $n \in \mathbf{N}^*$. Soit X une VAR de loi $\mathcal{B}(n, p)$. Simplifier $P(X = 0)$.

[Q29.] Soit $p \in]0, 1[$, $q = 1 - p$, $n \in \mathbf{N}^*$. Soit X une VAR de loi $\mathcal{B}(n, p)$. Simplifier $P(X = 1)$.

[Q30.] Soit $p \in]0, 1[$, $q = 1 - p$, $n \in \mathbf{N}^*$. Soit X une VAR de loi $\mathcal{B}(n, p)$. Simplifier $P(X = n)$.

[Q31.] Soit $p \in]0, 1[$, $q = 1 - p$, $n \in \mathbf{N}^*$. Soit X une VAR de loi $\mathcal{B}(n, p)$. Simplifier $P(X = n - 1)$.

$$[\text{Q32.}] \frac{\binom{n}{p}}{\binom{n-1}{p-1}}$$

$$[\text{Q33.}] \frac{1}{(j+1)j!}$$

$$[\text{Q34.}] \frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{x^2}$$

$$[\text{Q35.}] \frac{-x}{-x + \sin(-x)}$$

$$[\text{Q36.}] \frac{u^2 + 3u - 2}{u}$$

$$[\text{Q37.}] \begin{vmatrix} -3-\lambda & -2 \\ -4 & \lambda-3 \end{vmatrix}$$

$$[\text{Q38.}] -\frac{1}{\theta} \times \frac{1}{\left(1 - \frac{\theta+1}{\theta}\right)} \quad (\theta > 0)$$

$$[\text{Q39.}] \sqrt{x^2}$$

$$[\text{Q40.}] \sqrt{(1-t)^2}$$

$$[\text{Q41.}] \sqrt{(a+b)^2}$$

$$[\text{Q42.}] \sqrt{(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)}$$

[Q43.] $\sum_{k=1}^{2n+1} u_k - \sum_{k=1}^{2n} u_k$

[Q44.] Soit $\alpha \in \mathbf{C}$ tel que $\alpha^3 = 1$. Calculer $S = 1 + \alpha + \alpha^2$

[Q45.] Soit $\alpha \in \mathbf{C}$ tel que $\alpha^3 = 1, n \in \mathbf{N}$. Calculer $(\alpha^{n+2})^2 + (-\alpha)^{2n+1}$

[Q46.] 3^{2n}

[Q47.] Soit $n \in \mathbf{N}$ $(-1)^{2n+1} - (-1)^{2n}$

[Q48.] $\exp\left(-\ln\left(\frac{1}{t}\right)\right)$

[Q49.] $e^{\ln 2 - \ln\left(\frac{1}{a}\right)}$

[Q50.] $e^{2 \ln t}$

[Q51.] $e^{-\ln x}$

[Q52.] $\frac{6 \ln(t+1)}{3 \ln t}$

[Q53.] $\frac{36}{30}$

$$[\text{Q54.}] \quad \frac{51}{34}$$

$$[\text{Q55.}] \quad (-1)^{2n} - (-1)^{2n+1}$$

$$[\text{Q56.}] \quad \binom{10}{4}$$

$$[\text{Q57.}] \quad \binom{8}{3}$$

$$[\text{Q58.}] \quad \binom{8}{4}$$

$$[\text{Q59.}] \quad \binom{8}{4}$$

$$[\text{Q60.}] \quad \binom{9}{4}$$

$$[\text{Q61.}] \quad 1 + 2 + 3 + \cdots + n - \binom{n}{2}$$

$$[\text{Q62.}] \quad 2 \frac{k!}{(k+1)!}$$

Valeurs et erreurs classiques

$$[\text{Q63.}] \quad \cos(\pi/3) =$$

$$[\text{Q64.}] \quad \cos(2\pi/3) =$$

[Q65.] $e^{i\pi} =$

[Q66.] $e^{-i\pi} =$

[Q67.] $e^{2i\pi} =$

[Q68.] Calculer $0^0 + 0! + 1^0$

[Q69.] Soit $\alpha \geq 0$. Calculer $L = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x^{\alpha(\alpha-1)}$

[Q70.] Soit $\gamma \in \mathbf{R}$. Calculer $L = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x^\gamma$

Équations - inéquations

[Q71.] Résoudre $x^2 = x$

[Q72.] Résoudre $x^2 \geq x$

[Q73.] Résoudre $x^2 < x$

[Q74.] Résoudre $|x|^2 < |x|$

[Q75.] Résoudre $x^2 < |x|$

[Q76.] Résoudre $|x|^2 < x$

Inégalités et valeurs absolues

[Q77.] Convertir en inégalités en valeurs absolues $x \in]-1, 1[$

[Q78.] Convertir en inégalités en valeurs absolues $x \in [-1, 1]$

[Q79.] Convertir en inégalités en valeurs absolues $x \in]1, 3[$

[Q80.] Convertir en inégalités en valeurs absolues $x \in [a - \varepsilon, a + \varepsilon]$ ($\varepsilon > 0$)

[Q81.] Convertir en inégalités en valeurs absolues $x^2 \leq a^2$

[Q82.] Donner la longueur de l'intervalle $[a, b]$

[Q83.] Donner le milieu du segment $[a, b]$

Dériver :

[Q84.] $x \mapsto f(-x^2)$

$$[\text{Q85.}] \quad x \mapsto (1-x)^3$$

$$[\text{Q86.}] \quad x \mapsto e^{ux^2} \quad (u \in \mathbf{R})$$

$$[\text{Q87.}] \quad u \mapsto e^{ux^2} \quad (x \in \mathbf{R})$$

$$[\text{Q88.}] \quad t \mapsto \sqrt{t}$$

$$[\text{Q89.}] \quad u \mapsto \sqrt{1+u^2}$$

$$[\text{Q90.}] \quad s \mapsto -\frac{1}{s}$$

$$[\text{Q91.}] \quad x \mapsto \int_1^x f(t)dt$$

$$[\text{Q92.}] \quad x \mapsto \int_1^x e^{1/t} dt$$

$$[\text{Q93.}] \quad x \mapsto \int_x^{2x} f(t)dt$$

$$[\text{Q94.}] \quad x \mapsto e^{x^2} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

Primitiver/calcul intégral

$$[\text{Q95.}] \quad \text{Soit } n \in \mathbf{N}. \int_0^1 t^n dt =$$

[Q96.] $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2t) dt =$

[Q97.] $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(2t) dt =$

[Q98.] Soit $k > 0$. Calculer $\int_1^2 t^{-k} dt =$

[Q99.] Soit $k \in \mathbf{N}^*$. $\int_k^{k+1} \left(\frac{1}{2}\right)^t dt =$

[Q100.] ($a > 0, a \neq 1$). Donner une primitive de $t \mapsto a^t$

[Q101.] ($a > 0$). Donner une primitive de $t \mapsto t^a$

[Q102.] Calculer $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

[Q103.] Donner une primitive de $t \mapsto \frac{1}{t\sqrt{t}}$

[Q104.] Calculer $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

[Q105.] Calculer $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

[Q106.] Calculer $\int_0^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

[Q107.] Calculer $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt$

[Q108.] Calculer $\int_{-\infty}^{+\infty} t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

[Q109.] Calculer $\int_0^{+\infty} t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

[Q110.] Soit $f : t \mapsto \begin{cases} \frac{1}{t} & \text{si } t > 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$. Pourquoi $\int_1^{+\infty} f(t)dt$ est faussement impropre en 1 ?

[Q111.] Soit $f : t \mapsto \begin{cases} \frac{1}{t} & \text{si } t \geq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$. Pourquoi $\int_1^{+\infty} f(t)dt$ est faussement impropre en 1 ?

Corriger :

[Q112.] $f(x)$ est continue sur \mathbf{R}

[Q113.] u_n est arithmético-géométrique

[Q114.] \sqrt{x} est dérivable sur \mathbf{R}_+

[Q115.] $\frac{1}{x}$ est décroissante sur \mathbf{R}_+^*

[Q116.] $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} 0$

[Q117.] Soit X une VAR et t un réel. $[X > t] = 1 - \overline{[X < t]}$

[Q118.] $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1 + o(1)$

[Q119.] $u_n \sim 1 + o(1) \quad n \rightarrow \infty$

[Q120.] La série tend vers 2

[Q121.] $\forall x \in I$ f est dérivable

[Q122.] $f(x) \in \mathcal{C}^0(I)$

[Q123.] $P(A \cap B \cap C) = P(A) \cap P_A(B) \cap P_{A \cap B}(C)$

[Q124.] $AX = 2X$ donc 2 est valeur propre de A .

[Q125.] Soit A un évènement. On a $\bar{A} = 1 - A$.

[Q126.] Soit $P \in \mathbf{R}[X]$ donné par $P = X - 1$. « $X - 1 \geq 0 \iff X \geq 1$ »

[Q127.] ...Vect(u, v) est de dimension 2 car il contient 2 vecteurs.

[Q128.] $E_1(A) = A - I_3$

Logique

[Q129.] Indiquer les liens logiques (\Rightarrow / \Leftarrow / \Leftrightarrow) $\begin{matrix} x < 4 \\ x < 5 \end{matrix}$

[Q130.] Indiquer les liens logiques (\Rightarrow / \Leftarrow / \Leftrightarrow) $\begin{matrix} x^2 \geq 0 \\ |x| \geq 0 \end{matrix}$

[Q131.] Indiquer les liens logiques (\Rightarrow / \Leftarrow / \Leftrightarrow) $\begin{matrix} x^2 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{matrix}$

Écrire avec le symbole \sum

[Q132.] « la série de terme général n^2 ($n \geq 1$) ».

[Q133.] « la somme de la série de terme général $\frac{1}{n^2}$ ($n \geq 1$) vaut $\frac{\pi^2}{6}$ ».

[Q134.] $u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{2n+2}$

[Q135.] $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{2n-1} + u_{2n}$

[Q136.] $1 + t^2 + t^4 + t^6 + \dots + t^{2n+2}$

[Q137.] $1 - t^2 + t^4 - t^6 + \dots + (-1)^n t^{2n+2}$

[Q138.] Écrire avec \sum : $f_n(x) = x^n + x^{n-1} + \dots + x - 1$

Calcul matriciel

[Q139.] Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Calculer A^2

[Q140.] Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer AB

[Q141.] Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer BA

[Q142.] Justifier que 2 est valeur propre $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ et donner $\dim \text{Ker } A - 2I$

[Q143.] Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$. Factoriser $B = A^3 - 3A^2 + 2A$

[Q144.] Soit $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$. Factoriser $AB - 3B$

[Q145.] Soit $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$. Factoriser $AB + 2A$

[Q146.] Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ et $X \in \mathcal{E}_2(A)$. Simplifier : $(A^2 + A + I)X$

[Q147.] Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$ et $X \in \mathcal{E}_\lambda(A)$. Donner le format de, et simplifier : $Y = (A^3 - 3A^2 + 2A + I)X$

[Q148.] Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$, $\lambda \in \sigma(A)$, et $X \in \mathcal{E}_\lambda(A)$. Calculer $(A^3 + 2A + I)X$

[Q149.] Soit $A \in \mathcal{M}_4(\mathbf{R})$ telle que $A^3 = I_4$ et $n \in \mathbf{N}^*$. Calculer $(A^{n+1})^2 + (-A)^{2n-1}$

[Q150.] Soit $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R})$. Développer $(AB)^\top$

[Q151.] Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R})$ symétrique, et $U \in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$, $V \in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbf{R})$. Développer $(AU)^\top V$.

[Q152.] Soit $n, p > 0$ deux entiers, $X \in \mathcal{M}_{p,1}(\mathbf{R})$ et $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbf{K})$. Donner l'expression matricielle de

$$\|AX\|^2$$

[Q153.] Soit $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbf{K})$. Soit C_j la j -ème colonne de A . Donner une colonne X dont on précisera le format telle que $C_j = AX$.

[Q154.] Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$, et $\mathbf{1} = (1, 1, \dots, 1, 1)^\top$. Que vaut $\mathbf{1}^\top A \mathbf{1}$?

[Q155.] Soit $A \in \mathbf{M}_{n,p}(\mathbf{R})$ et $\Pi = A(A^\top A)^{-1}A^\top$. Calculer Π^\top

[Q156.] Soit $A \in \mathbf{M}_{n,p}(\mathbf{R})$ et $\Pi = A(A^T A)^{-1} A^T$. Calculer Π^2

Calcul de sommes ou de sommes de séries

[Q157.] $\sum_{k=\alpha}^{\beta} 1$

[Q158.] $\sum_{k=1}^n k$

[Q159.] $\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k} \right)$

[Q160.] $\sum_{k=2}^n \frac{1}{k(k-1)}$

[Q161.] $\sum_{k=1}^n (2k+1)$

[Q162.] $\sum_{k=2}^{n-1} \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k} \right)$

[Q163.] $(1-\alpha)^{n-1}$

[Q164.] $\sum_{k=0}^n 2^k$

[Q165.] $\sum_{k=1}^n 2^k$

[Q166.] $\sum_{k=1}^n \frac{1}{2^k}$

$$[\text{Q167.}] \sum_{k=2}^n \frac{1}{2^k}$$

$$[\text{Q168.}] \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$$

$$[\text{Q169.}] \sum_{k=1}^n \binom{n}{k}$$

$$[\text{Q170.}] \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k}$$

$$[\text{Q171.}] \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k$$

$$[\text{Q172.}] \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} x^k$$

$$[\text{Q173.}] \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} x^k$$

$$[\text{Q174.}] \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} \alpha^k$$

$$[\text{Q175.}] \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$[\text{Q176.}] \sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$[\text{Q177.}] \sum_{k=0}^{+\infty} q^k \quad (|q| < 1)$$

$$\text{[Q178.]} \sum_{k=1}^{+\infty} q^k \quad (|q| < 1)$$

$$\text{[Q179.]} \sum_{k=2}^{+\infty} q^k \quad (|q| < 1)$$

$$\text{[Q180.]} \sum_{k=0}^{+\infty} q^{k+1} \quad (|q| < 1)$$

$$\text{[Q181.]} \sum_{k=1}^{+\infty} q^{k-1} \quad (|q| < 1)$$

$$\text{[Q182.]} \sum_{k=1}^{+\infty} q^{k+1} \quad (|q| < 1)$$

$$\text{[Q183.]} \sum_{k=1}^{+\infty} q^{k-1} \quad (|q| < 1)$$

$$\text{[Q184.]} \sum_{k=2}^{+\infty} (k-1) \left(\frac{2}{3}\right)^{k-1}$$

$$\text{[Q185.]} \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\beta^k}{(1+\beta)^{k+1}} \quad (\beta > 0)$$

$$\text{[Q186.]} \sum_{k=1}^{+\infty} q^{k+1} \quad (|q| < 1)$$

$$\text{[Q187.]} \sum_{k=1}^{+\infty} q^{k-1} \quad (|q| < 1)$$

$$\text{[Q188.]} \sum_{k=1}^{+\infty} kq^{k-1} \quad (|q| < 1)$$

$$[\text{Q189.}] \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!}$$

$$[\text{Q190.}] \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n!}$$

$$[\text{Q191.}] \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n!}$$

$$[\text{Q192.}] \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(n-1)!}$$

$$[\text{Q193.}] \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(n+1)!}$$

$$[\text{Q194.}] \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{2^{2k+1}}$$

Ensembles

$$[\text{Q195.}] \text{ Combien d'éléments dans } E = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 3x + 2 = 0\} ?$$

$$[\text{Q196.}] \text{ Combien d'éléments dans } E = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 4x + 4 = 0\} ?$$

$$[\text{Q197.}] \text{ Combien d'éléments dans } E = \{x^2 - 4x + 4 \mid x \in \mathbf{R}\} ?$$

$$[\text{Q198.}] \text{ Combien d'éléments dans } E = \{x^2 - 4x + 4 \mid x \in \{0, 4\}\} ?$$

$$[\text{Q199.}] \text{ Combien d'éléments dans } E = \text{Vect}(u) ?$$

[Q200.] Combien de bases pour $E = \text{Vect}(u)$?

Ensembles param et param

[Q201.] Dire si F est défini paramétriquement ou par équations, et de quel ensemble E F est un sous-ensemble.

$$F = \{(2x + y, 4y - z, x - y + z, x) \mid x, y, z \in \mathbf{R}\}$$

[Q202.] Dire si F est défini paramétriquement ou par équations, et de quel ensemble E l'ensemble F est un sous-ensemble.

$$F = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid y - z = 0\}$$

[Q203.] Dire si F est défini paramétriquement ou par équations, et de quel ensemble E l'ensemble F est un sous-ensemble.

$$F = \{A \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R}) \mid A^T = A\}$$

[Q204.] Dire si F est défini paramétriquement ou par équations, et de quel ensemble E l'ensemble F est un sous-ensemble.

$$F = \{\alpha X + \beta(X - 1)^2 \mid \alpha, \beta \in \mathbf{R}\}$$

[Q205.] Dire si F est défini paramétriquement ou par équations, et de quel ensemble E l'ensemble F est un sous-ensemble.

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & s & -c \\ 0 & c & s \end{pmatrix} \mid a, c, s \in [0, 1] \right\}$$

[Q206.] Dire si F est défini paramétriquement ou par équations, et de quel ensemble E l'ensemble F est un sous-ensemble.

$$F = \left\{ f : \begin{array}{l} \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \\ x \mapsto C e^{-2x} \end{array} \mid C \in \mathbf{R} \right\}$$

[Q207.] Dire si F est défini paramétriquement ou par équations, et de quel ensemble E l'ensemble F est un sous-ensemble.

$$F = \{(X^2 + X + 1)P \mid P \in \mathbf{R}[X]\}$$

[Q208.] Dire si F est défini paramétriquement ou par équations, et de quel ensemble E l'ensemble F est un sous-ensemble.

$$F = \{P(0) \mid P \in \mathbf{R}[X]\}$$

[Q209.] Dire si F est défini paramétriquement ou par équations, et de quel ensemble E l'ensemble F

est un sous-ensemble. $F = \left\{ \frac{(2k+1)\pi}{2} \mid k \in \mathbf{N}^* \right\}$

[Q210.] Dire si F est défini paramétriquement ou par équations, et de quel ensemble E l'ensemble F est un sous-ensemble.

$$F = \{Q \in \mathbf{R}_2[X] \mid Q(-1) = 0\}$$

[Q211.] Dire si F est défini paramétriquement ou par équations, et de quel ensemble E l'ensemble F est un sous-ensemble.

$$F = \text{Vect} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

[Q212.] Soit $a \in \mathbf{R}$. Dire si F est défini paramétriquement ou par équations, et de quel ensemble E l'ensemble F est un sous-ensemble.

$$F = \{f \in \mathcal{C}^0(\mathbf{R}) \mid f(a) = 0\}$$

[Q213.] Soit $f \in \mathcal{C}^0(\mathbf{R})$. Dire si F est défini paramétriquement ou par équations, et de quel ensemble

E l'ensemble F est un sous-ensemble. $F = \{a \in \mathbf{R} \mid f(a) = 0\}$

Mise sous forme de Vect

[Q214.] Donner toutes les bases $E = \text{Vect}(u)$.

[Q215.] Dire de quel ev E est un sev, puis le mettre sous forme de Vect.

$$E = \{(a+c, a+b, d) \mid (a, b, c, d) \in \mathbf{R}^4\}$$

[Q216.] Dire de quel ev E est un sev, puis le mettre sous forme de Vect.

$$E = \left\{ f : \begin{array}{l} \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \\ x \mapsto C e^{-2x} \end{array} \quad C \in \mathbf{R} \right\}$$

[Q217.] Dire de quel ev E est un sev, puis le mettre sous forme de Vect.

$$E = \{(X^2 + X + 1)P \mid P \in \mathbf{R}_2[X]\}$$

[Q218.] Dire de quel ev E est un sev, puis le mettre sous forme de Vect.

$$E = \{P \times f \mid P \in \mathbf{R}_1[X]\} \quad (f \text{ est la fonction exponentielle ici}).$$

[Q219.] Dire de quel ev E est un sev, puis le mettre sous forme de Vect.

$$E = \left\{ \begin{pmatrix} s & -c \\ c & s \end{pmatrix} \mid c, s \in \mathbf{R} \right\}$$

[Q220.] Dire de quel ev E est un sev, puis le mettre sous forme de Vect.

$$E = \{P \in \mathbf{R}_2[X] \mid P(1) = 0\}$$

Calcul d'évènements

[Q221.] On note F_k : «Le lancer n° k donne face». Soit $n \in \mathbf{N}^*$. Écrire avec les F_k : «Le premier face a eu lieu au lancer n »

[Q222.] On note F_k : «Le lancer n° k donne face». Soit $n \in \mathbf{N}^*$. Écrire avec les F_k : Il y a eu un face sur les n premiers lancers

[Q223.] On note F_k : «Le lancer n° k donne face». Soit $n \in \mathbf{N}^*$. Écrire avec les F_k : Obtenir un face au premier lancer implique d'obtenir face au moins une fois sur les n premiers lancers

[Q224.] On note F_j : «Le lancer n° j donne face». Soit $k \in \mathbf{N}^*$. Écrire avec les F_k : Obtenir un face au lancer k implique d'obtenir face au moins une fois

[Q225.] On note F_k : «Le lancer n° k donne face». Le deuxième face a lieu au 3ème lancer.

[Q226.] On note F_k : «Le lancer n° k donne face». Le deuxième face a lieu au lancer n

[Q227.] On note A_k : «il y a eu (au moins) un face sur les k premiers lancers». Exprimer B_n : «le premier face a lieu au lancer n » en fonction de A_n et A_{n-1}

[Q228.] On note A_k : «il y eu (au moins) un face sur les k premiers lancers». Exprimer J : «on n'observe jamais face» en fonction des A_k

[Q229.] On lance une pièce jusqu'à obtenir pile. On note pour tout entier k , A_k : «on arrête les lancers à l'issue du k -ème lancer.» Exprimer E : «on arrête de lancer la pièce» avec les A_k .

[Q230.] On lance une pièce jusqu'à obtenir pile. On note pour tout entier k , B_k : «on fait face jusqu'au lancer k ». Exprimer $\overline{B_k}$ à l'aide des C_j : «on arrête les lancers à l'issue du j -ème lancer. »

[Q231.] Soit X une VAR telle que $X(\Omega) \subset \mathbf{N}$ et $k \in \mathbf{N}$. Relation entre $X \leq k$, $[X = k]$ et $[X \leq k - 1]$?

[Q232.] Soit X une VAR et $k \in \mathbf{R}$. Simplifier $\overline{[X \leq k]}$

[Q233.] Soit X une VAR à densité, $Z = \lfloor X \rfloor$, et $k \in \mathbf{N}$. Exprimer en termes de X : $[Z = k]$

[Q234.] Soit X une VAR à densité, $k \in \mathbf{N}$. Relation entre $[X < k]$, $[X \leq k]$, et $[X = k]$?

[Q235.] Soit X une VAR, $k \in \mathbf{N}$. Relation entre $[X < k]$, $[X \leq k]$, et $[X = k]$?

[Q236.] Soit X et Y deux VAR à valeurs dans \mathbf{N} . Expliciter l'évènement $[X = Y]$

[Q237.] Soit $n \in \mathbf{N}^*$, X et Y deux VAR à valeurs dans $\{1, \dots, n\}$. Expliciter l'évènement $[X = Y]$

Polynômes

[Q238.] Montrer, sans aucun calcul, que les racines de $P = X^2 - 134X - \frac{1}{785}$ sont réelles et de signe opposé.

[Q239.] Montrer sans les calculer, que les racines de $P = X^2 - X + 1$ sont non réelles de module 1.

[Q240.] Factoriser $P = X^3 - 3X^2 + X + 1$ par $X - 1$

[Q241.] Factoriser $P = X^3 - 1$ par $X - 1$

[Q242.] Factoriser $P = X^3 + 3X^2 + 4X + 2$ par $X + 1$

[Q243.] Factoriser $-\frac{\lambda}{2}(-2\lambda^2 + 2)$

[Q244.] Factoriser $2X^2 - 6X + 4$

Slicing (python)

[Q245.] Combien de termes dans `L[2:8]` ?

[Q246.] Quelle instruction pour extraire de `L` ses 4 premiers termes ?

[Q247.] Quelle instruction pour extraire de `L` les 11 termes consécutifs à partir de celui d'indice 4 ?

[Q248.] Quelle instruction pour stocker dans `a,b,c` les trois derniers éléments de la liste `L` ?

Range (python)

[Q249.] Combien de passages dans la boucle ?

```
for _ in range(n):  
    ...  
    ...
```

[Q250.] Combien de termes dans `range(2, 8)` ?

```
for n in range(2, 8):  
    print(n)
```

[Q251.] Compléter pour avoir 11 termes affichés en exécutant :

```
for n in range(15, ...):  
    print(n)
```

[Q252.] Combien de passages dans la boucle ?

```
for _ in range(1, n):  
    ...  
    ...
```

[Q253.] Combien de termes dans `L` à la fin ?

```
L=[u]  
for _ in range(n):  
    L.append(f(u))  
    ...
```

[Q254.] Compléter pour avoir n termes dans `L` à la fin

```
L=[u]  
for _ in range():  
    L.append(f(u))  
    ...
```

Listes en compréhension (python)

[Q255.] Construire en compréhension la liste `L=[2, 4, 8, 16, 32, 64]`

Instructions courantes (python)

[Q256.] Quelle commande pour ajouter à la liste `L` un item `a` ?

[Q257.] Quelle commande pour ajouter à la liste L l'objet $[a]$?

[Q258.] Quelle commande pour concaténer à la liste $L1$ la liste $L2$?

[Q259.] Quelle commande pour simuler une $\mathcal{B}(p)$ ($0 < p < 1$)? (`import random as rd fait`) ?

Boucles (python)

[Q260.] Quelle boucle pour programmer la méthode de Newton ? Pourquoi ?

[Q261.] Dans la méthode de Newton on s'arrête quand deux termes consécutifs calculés u, v sont tels que $|u - v| \leq \text{eps}$. Écrire la condition de boucle `while` correspondante

Programmation de suites (python)

[Q262.] Données : $(u_n)_{n \geq 1}$ une suite récurrente donnée par $u_1 = 2$, et pour $n \geq 1$: $u_{n+1} = u_n^2 + 1$. Compléter le script pour qu'il affiche la valeur de u_{10} :

```
u=2
for _ in range(...):
    ...
print(u)
```

[Q263.] Données : $(u_n)_{n \geq 0}, (v_n)_{n \geq 0}$ deux suites récurrentes données par $u_0 = 1, v_0 = -1$ et pour $n \geq 0$: $u_{n+1} = u_n - v_n, v_{n+1} = 2u_n + v_n$. Compléter le script pour qu'il affiche les valeurs de u_{12} et v_{12} :

```
u, v=1, -1
for _ in range(...):
    ...
print(u, v)
```

[Q264.] Données : $(u_n)_{n \geq 0}$, suites récurrentes définie par $u_0 = 1, u_1 = 1$ et pour $n \geq 0$: $u_{n+2} = u_{n+1} + 2u_n$. Compléter le script pour qu'il affiche la valeur de u_n :

```
u,v=1,1
for _ in range(...):
    w = ...
    u,v = ...
print(w)
```