

Programme de colles
Semaine 5 du 13/10 au 17/10/2025

Équations différentielles linéaires (EDL)

- EDL homogène associée
- Structure de l'ensemble des solutions d'une EDL
- Principe de superposition
- EDL d'ordre 1 :
 - * Résolution de : $y'(t) + a(t)y(t) = 0$ sur un intervalle où a est continue
 - * Méthode de variation de la constante pour trouver une solution particulière de $y'(t) + a(t)y(t) = f(t)$ où a, f sont continues
 - Unicité de la solution répondant à une condition initiale donnée : $y(t_0) = y_0$
- EDL d'ordre 2 :
 - * Résolution de : $y''(t) + ay'(t) + by(t) = 0$ où a, b sont des réels
 - * Résolution de : $y''(t) + ay'(t) + by(t) = f(t)$ ($a, b \in \mathbf{R}$ et f continue) avec indications pour trouver une solution particulière
 - * Unicité de la solution répondant à une condition initiale donnée : $\begin{cases} y(t_0) = y_0 \\ y'(t_0) = y_1 \end{cases}$
- Autres équations différentielles : la méthode de résolution devra être entièrement guidée (changement de variables, fonction auxiliaire...)

Suites réelles

- Vocabulaire des suites réelles : (strictement) positive/négative, (strictement) croissante/décroissante, minorée, majorée, bornée, périodique.
Ces propriétés peuvent s'énoncer à partir d'un certain rang.
- Limite (finie ou infinie) d'une suite. Unicité de la limite.
- Suites extraites de rangs pairs et impairs. Théorème des suites extraites.
- Opérations usuelles sur les limites.
- Propriétés liées à la relation d'ordre :
 - * Signe d'une suite de limite $\ell \in \mathbf{R}^*$
 - * Passage à la limite dans une inégalité
 - * Théorème d'encadrement (des gendarmes)
 - * Théorème de comparaison
 - * Théorème de convergence monotone
- Suites adjacentes, théorème des suites adjacentes
- Relation de négligeabilité, notation "petit o", échelle de croissances comparées
- Relation d'équivalence, notation \sim
 - * Deux suite équivalentes sont de même nature
 - * Opérations sur les équivalents
 - * Équivalents usuels pour des suites de limite nulle
- Suites récurrentes usuelles :
 - * Suites arithmétiques
 - * Suites géométriques
 - * Suites arithmético-géométriques
 - * Suites récurrentes linéaires d'ordre 2
- Autres exemples de suites récurrentes, du type : $u_{n+1} = f(u_n)$
L'étude de telles suites devra être guidée.
- Suites implicites : u_n est l'unique solution d'une équation (E_n) .
L'étude de telles suites devra être guidée.

Questions de cours :

1. Résolution de : $y' + ay = 0$ avec a continue sur un intervalle
2. Résolution de : $y'' + ay' + by = 0$ avec $a, b \in \mathbf{R}$, dans le cas où $a^2 - 4b > 0$
3. Résolution de : $y'' + ay' + by = 0$ avec $a, b \in \mathbf{R}$, dans le cas où $a^2 - 4b = 0$
4. Résolution de : $y'' + ay' + by = 0$ avec $a, b \in \mathbf{R}$, dans le cas où $a^2 - 4b < 0$
5. Énoncer la définition d'une suite arithmétique, terme général, somme des termes consécutifs
6. Énoncer la définition d'une suite géométrique, terme général, somme des termes consécutifs
7. Terme général d'une suite vérifiant une relation du type $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ dans le cas $a^2 - 4b > 0$
8. Terme général d'une suite vérifiant une relation du type $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ dans le cas $a^2 - 4b = 0$
9. Terme général d'une suite vérifiant une relation du type $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ dans le cas $a^2 - 4b < 0$
10. Énoncer la définition d'une suite majorée, minorée, bornée
11. Énoncer la définition et le théorème des suites adjacentes
12. Définition de suites équivalentes et donner des équivalents usuels au choix de l'examinateur
13. Croissances comparées entre les suites puissance n^α ($\alpha > 0$), géométrique a^n ($a > 1$) et factorielle $n!$
14. Citer le théorème des gendarmes (ou d'encadrement)
15. Citer le théorème de comparaison
16. Citer le théorème des suites extraites de rangs pairs et impairs