
Programme de colle S5

1 Fiche de révision 5 : Équations différentielles du premier et du second ordre

- théorème fondamental sur la structure de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire du premier ou du second ordre
- équation différentielle linéaire du premier ordre $a(x)y' + b(x)y = c(x)$: ensemble des solutions de l'équation homogène, recherche d'une solution particulière, méthode de la variation de la constante
- équation différentielle linéaire du second ordre $ay'' + by' + cy = d(x)$: ensemble des solutions de l'équation homogène, **recherche de solution particulière dont la forme est donnée dans l'énoncé**
- principe de superposition
- résolution d'un problème de Cauchy

2 Fiche de révision 6 : Dénombrement

- différents types de dénombrement : listes, listes sans répétition, combinaisons d'un ensemble, propriétés du cardinal (formule du crible hors programme), probabilité uniforme
- cardinal d'un ensemble fini (c'est le nombre d'éléments de l'ensemble), cardinal d'un sous-ensemble d'un ensemble fini
- cardinal d'une union de deux (ou plus que deux) ensembles *disjoints*, cardinal d'une union de deux ensembles quelconques
- rappel du produit cartésien de deux (ou plus que deux) ensembles, cardinal, un élément de E^p sera appelé **une p -liste d'éléments de E**
- **p -arrangement d'un ensemble E** : définition, nombre de p -listes sans répétition d'un ensemble fini
- **permutations** : définition, nombre de permutations d'un ensemble fini
- **combinaisons** : définition, nombre de combinaisons d'un ensemble fini, cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini

3 Chapitre 2 : Probabilités

- notations $\bigcup_{n=0}^{+\infty} A_n$ et $\bigcap_{n=0}^{+\infty} A_n$
- notion de tribu $\mathcal{T}$, espace probabilisable $(\Omega, \mathcal{T})$
- notion de probabilité : définition, propriétés ($P(\overline{A})$, $P(A \cup B)$, croissance d'une probabilité,...), probabilité conditionnelle
- notion de probabilité P sur $(\Omega, \mathcal{T})$:
 1. $P(\Omega) = 1$;
 2. σ -additivité : pour toute suite $(A_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathcal{T}^{\mathbb{N}}$ d'événements deux à deux incompatibles, la série $\sum_{n \geq 0} P(A_n)$ est convergente de somme :

$$P\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n)$$

- espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{T}, P)$
- expérience aléatoire, univers, événement, événement élémentaire, impossible, quasi-impossible (ou négligeable), certain, quasi-certain, événements incompatibles
- système complet d'événements, système quasi-complet d'événements $(A_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathcal{T}^{\mathbb{N}}$

- formule des probabilités totales : si $(A_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathcal{T}^{\mathbb{N}}$ est un système (quasi-)complet d'événements, alors pour tout $B \in \mathcal{T}$, la série de terme général $P(B \cap A_n)$ est convergente de somme $P(B)$ et :

$$P(B) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B \cap A_n).$$

- probabilités conditionnelles
- formule des probabilités composées (généralisée), formule de Bayes, pour tout événement $A \in \mathcal{T}$ de probabilité non nulle, l'application P_A est une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{T})$
- indépendance deux à deux et indépendance mutuelle d'une famille d'événements

4 Python

- Travail sur les listes et les chaînes de caractères (TP1)
- Méthode du balayage et méthode de dichotomie (pour la dichotomie, rappeler le principe dans l'énoncé)
- Tris de listes (tri par insertion, tri par sélection, tri fusion, tri rapide) (TP2)
- Méthode d'Euler pour l'approximation des solutions d'une équation différentielle autonome (on résout une équation différentielle du type $y'(t) = f(y(t))$, il faut rappeler aux étudiants la formule $y_{k+1} = y_k + dt \times f(y_k)$ où $y_k \approx y(k \times dt.)$ (TP3)

5 La question de cours

Voici quelques exemples (liste non exhaustive) :

1. Si $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite d'événements, donner la définition de « $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est un système complet d'événements »
2. Si $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite d'événements, donner la définition de « $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est un système quasi-complet d'événements »
3. Énoncer la formule des probabilités totales
4. Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $A_1, \dots, A_n$ des évènements. Définir l'indépendance deux à deux et l'indépendance mutuelle de cette famille d'évènements
5. Définir un évènement quasi-certain
6. Énoncer le théorème de la limite croissante pour les probabilités
7. Énoncer le théorème de la limite décroissante pour les probabilités
8. Énoncer la formule des probabilités composées généralisée.
9. Énoncer le principe de superposition pour les équations différentielles linéaires d'ordre 1
10. Énoncer le principe de superposition pour les équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants
11. Énoncer le théorème fondamental pour les équations différentielles
12. Définir une p liste à n éléments et les dénombrer
13. Définir une n permutation et les dénombrer
14. ...