Dénombrement - Probabilités discrètes

Ce qu'il faut connaître :

-la notion et le nombre de p-listes
-la notion et le nombre de p-arrangements
-la notion et le nombre de permutations
-la notion et le nombre de k-combinaisons

card$E = n$	Ordre	Pas ordre
répétition possible	p tirages **successifs avec** remise p-liste $(x_1, \cdots, x_p),\ x_i \in E$ $\# = n^p$	
pas de répétition	p tirages **successifs sans** remise p-arrangement $(x_1, \cdots, x_p),\ x_i \in E$, 2 à 2 distincts $\# = \mathcal{A}_n^p = n(n-1)\cdots(n-p+1)$ Cas particulier : $n = p$ n tirages **successifs sans** remise permutation $(x_1, \cdots, x_n),\ x_i \in E$, 2 à 2 distincts $\# = n!$	tirage **simultané** p-combinaison $\{x_1, \cdots, x_p\},\ x_i \in E$, 2 à 2 distincts $\# = \binom{n}{p} = \dfrac{n(n-1)\cdots(n-p+1)}{p(p-1)\cdots 1}$ $= \dfrac{n!}{(n-p)!p!}$

-les notions d'univers, éventualités, événements, événements incompatibles
-la définition d'un système complet d'événements
-la définition d'une probabilité
-la caractérisation d'une probabilité sur un univers fini
-les propriétés d'une probabilité (en particulier la formule du crible)
-la définition d'une probabilité conditionnelle
-la notion d'indépendance de deux événements
-la notion d'indépendance d'une famille d'événements
-la formule des probabilités composées
-la formule des probabilités totales
-la formule de Bayes

1. Comment utiliser les dénombrements pour le calcul des probabilités sur un univers fini

-s'assurer qu'on est bien dans un cas d'équi-probabilité (hasard, non truqué...)

-déterminer le schéma correspondant à l'expérience (cf tableau ci-dessus)

-déterminer l'univers Ω de l'expérience et $\text{card}\Omega$

-décrire la réalisation de l'événement A pour déterminer $\text{card}A$

-simplifier le quotient $P(A) = \dfrac{\text{card}A}{\text{card}\Omega}$

2. Comment calculer la probabilité d'un événement réunion d'une famille d'événements

a. si $B = \bigcup_{i\in I} A_i$ alors on utilise la formule du crible

b. si $B = \bigsqcup_{i\in I} A_i$ (les A_i sont deux à deux disjoints) alors $P(B) = \sum_{i\in I} P(A_i)$

3. Comment calculer la probabilité d'un événement qui peut se décrire par disjonction de cas

-on explicite un système complet d'événements $(A_i)_{i\in I}$

-on utilise la formule des probabilités totales $P(B) = \sum_{i\in I} P(B\cap A_i) = \sum_{i\in I} P(A_i)P_{A_i}(B)$ (si $P(A_i) \neq 0$)

4. Comment calculer la probabilité d'un événement dont on connait l'issue

-on explicite un système complet d'événements $(A_i)_{i\in I}$ et on vérifie que : $\forall i \in I,\ P(A_i) \neq 0$

-on utilise la formule de Bayes $\forall i \in I,\ P_B(A_i) = \dfrac{P(A_i)P_{A_i}(B)}{\sum_{k\in I} P(A_k)P_{A_k}(B)}$

5. Que faire quand la réalisation d'un événement au rang n dépend de celle aux rangs précédents

-on explicite un système complet d'événements $(A_i)_{i\in I}$ au rang $n-1$

-on calcule la probabilité p_n en fonction de p_{n-1} (ou p_{n-1} et p_{n-2}) et on étudie la suite $(p_n)_n$