TP 3 : résolution approchée de l'équation $f(x) = 0$

I Méthode par balayage

■ **Exercice 1.** Calculer par balayage une valeur approchée à la précision ε demandée de la solution de l'équation donnée.

1. La solution positive de l'équation $x^2 = 2$, $\varepsilon = 10^{-6}$.
2. La solution de $x^3 - 2x - 5 = 0$, $\varepsilon = 10^{-6}$. On commencera par tracer la courbe de la fonction sous-jacente pour déterminer un intervalle sur lequel appliquer la méthode.
3. La solution de l'équation $1 - 2^{x^2-6x+9} = 0$ sur $[0, 10]$, $\varepsilon = 10^{-3}$. Conclusion ?

II Méthode de dichotomie

■ **Exercice 2.** Utiliser la méthode de dichotomie pour calculer toutes les solutions à 10^{-9} près des équations suivantes (on commencera par tracer un graphique pour trouver un intervalle sur lequel appliquer la méthode).

1. $x^5 - x^4 - 5x^3 - x^2 + 4x + 3 = 0$
2. $x^2(4 - x^2) = \frac{4}{x^2+1}$.
3. $e^{-x} = 2 + x$.
4. $\ln(4 - x^2) = x$.
5. $\sqrt{x^2 - x + 1} = 2\sin(\pi x)$

III Suites implicites

■ **Exercice 3.**

1. Écrire une fonction prenant en entrée un entier $n \geq 3$ et renvoyant en sortie la liste des termes de la suite $(u_n)_{n\geq 3}$ calculés à 10^{-2} près, où u_n est défini comme l'unique solution positive de l'équation
$$x^n + x^2 + 2x - 1 = 0.$$
Conjecturer la nature et la monotonie de la suite (u_n).
2. Écrire une fonction prenant en entrée un entier $n \geq 3$ et renvoyant en sortie la liste des termes de la suite $(u_n)_{n\geq 3}$ calculés à 10^{-2} près, où u_n est défini comme l'unique solution positive de l'équation
$$x^n(x - 1) = e^{-x}.$$
Conjecturer la nature et la monotonie de la suite (u_n).

On pourra commencer par tracer les courbes de fonctions pour déterminer un segment sur lequel chercher à calculer u_n.

■ **Exercice 4.** Améliorer les programmes de l'exercice précédent afin que le script fournisse aussi le nombre d'itérations réalisées pour atteidre la précision souhaitée.

M. Patel
2024-2025
Classes de B_2, Rennes

IV Méthode de Newton

■ **Exercice 5.** Utiliser la méthode de Newton pour donner une valeur approchée à 10^{-9} près des nombres suivants :

1. $\sqrt[3]{30}$.
2. $\sqrt[7]{1000}$.

■ **Exercice 6.** Utiliser la méthode de Newton pour donner une valeur approchée à 10^{-9} près de la solution positive à l'équation $2\sin x = x$.

■ **Exercice 7.** Reprendre l'exercice 4, en calculant les valeurs approchées par la méthode de dichotomie. Donner le nombre d'itérations nécessaires pour atteindre le résultat demandé.