Programme de colles
Semaine 8 du 18/11 au 22/11/2024

Diagonalisation des matrices

- Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres, spectre d'une matrice carrée
- Les valeurs propres d'une matrice diagonale sont ses éléments diagonaux.
- Une famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres disctinces est libre
- Une famille obtenue par juxtaposition de bases de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est libre
- Une matrice carrée d'ordre n admet au plus n valeurs propres distinctes et la somme des dimensions des sous-espaces propres est inférieure ou égale à n
- Matrice diagonalisable
- Une matrice carrée d'ordre n est diagonalisable ssi la somme des dimensions des sous-espaces propres est égale à n
- Une matrice carrée d'ordre n ayant n valeurs propres distinctes est diagonalisable et les sous-espaces propres sont tous de dimension 1
- Application au calcul des puissances d'une matrice
- Application à l'étude de suites imbriquées, de suites récurrentes linéaires
- Application à la résolution de systèmes différentiels linéaires
- Application à la résolution d'équations matricielles

Questions de cours :

1. Définition d'une valeur propre ainsi que d'un sous-espace propre pour une matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$
2. Que peut-on dire d'une famille finie de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes ?
3. Que peut-on dire de la juxtaposition de bases de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes ?
4. Définition d'une matrice diagonalisable
5. Condition sur les dimensions des sous-espaces propres pour qu'une matrice $n \times n$ soit diagonalisable
6. Condition suffisante de diagonalisabilité d'une matrice $n \times n$ quant au nombre de ses valeurs propres
7. Donner une condition d'inversibilité d'une matrice à l'aide de ses valeurs propres
8. Donner deux conditions suffisantes (non nécessaires) de diagonalisabilité d'une matrice carrée réelle