

Semaine 4
du lundi 9 au vendredi 13 octobre 2023

Intégration

Primitives d'une fonction continue sur un intervalle

Si f est continue sur \mathcal{I} et $a \in \mathcal{I}$ alors $x \mapsto \int_a^x f(t) dt$ est l'unique primitive de f s'annulant en a

Primitivation par parties

Intégrale d'une fonction continue sur un segment

Lien avec la notion d'aire pour une fonction positive

Propriétés de l'intégrale :

linéarité

relation de Chasles

positivité

encadrement de l'intégrale à partir d'un encadrement de la fonction

si $a < b$ alors $\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$

Valeur moyenne d'une fonction continue sur un segment

Sommes de Riemann sur $[0, 1]$: $\int_0^1 f(t) dt = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{k}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right)$

Intégration par parties (sauf dans les cas simples, la nécessité de l'IPP est indiquée)

Changement de variables (sauf dans les cas simples, il est donné)

Équations différentielles linéaires

Principe de superposition

Équations du premier ordre

Résolution de $y' + ay = b$ où $(a, b) \in \mathbb{R}^2$

Résolution des équations différentielles du type $y' + a(t)y = f(t)$ où $(a, f) \in \mathcal{C}^0(\mathcal{I}, \mathbb{R})^2$

Méthode de variation de la constante

Équations du second ordre

Résolution de $y'' + ay' + by = c$ où $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$

Résolution de $y'' + ay' + by = f(t)$ où $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $f \in \mathcal{C}^0(\mathcal{I}, \mathbb{R})$

lorsque $f(t) = P(t)e^{mt}$ ou $f(t) = \sin(\omega t)$ ou $f(t) = \cos(\omega t)$, on donne la forme d'une solution particulière

Questions de cours

Interprétation en termes d'aire de l'intégrale d'une fonction

Primitives de x^r , e^x , $\sin x$, $\cos x$, $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$, $\frac{1}{x^2 + 1}$

Formule d'intégration par parties

Formule de changement de variable dans une intégrale sur un segment

Méthode de primitivation de $\sin^p x \cos^q x$, $(p, q) \in \mathbb{N}^2$

Théorème de la moyenne (convergence des sommes de Riemann vers l'intégrale sur $[0, 1]$)

Définition d'une solution d'une équation différentielle du 1er ou 2nd ordre

Résolution d'une équation différentielle de la forme $y' + ay = b$, $(a, b) \in \mathbb{R}^2$

Résolution d'une équation différentielle de la forme $ay'' + by' + cy = 0$ dans le cas où $b^2 - 4ac < 0$

Résolution d'une équation différentielle de la forme $ay'' + by' + cy = 0$ dans le cas où $b^2 - 4ac > 0$

Résolution d'une équation différentielle de la forme $ay'' + by' + cy = 0$ dans le cas où $b^2 - 4ac = 0$