

Semaine 5
du lundi 16 au vendredi 20 octobre 2023

Équations différentielles linéaires

Principe de superposition

Équations du premier ordre

Résolution de $y' + ay = b$ où $(a, b) \in \mathbb{R}^2$

Résolution des équations différentielles du type $y' + a(t)y = f(t)$ où $(a, f) \in \mathcal{C}^0(\mathcal{I}, \mathbb{R})^2$

Méthode de variation de la constante

Équations du second ordre

Résolution de $y'' + ay' + by = c$ où $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$

Résolution de $y'' + ay' + by = f(t)$ où $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $f \in \mathcal{C}^0(\mathcal{I}, \mathbb{R})$

lorsque $f(t) = P(t)e^{mt}$ ou $f(t) = \sin(\omega t)$ ou $f(t) = \cos(\omega t)$, on donne la forme d'une solution particulière

Suites réelles

Somme, produit, quotient de suites réelles

Suites arithmétiques, suites géométriques

Suites arithmético-géométriques

Suites vérifiant une relation du type $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$

Suites majorées, minorées, bornées, suites monotones

Convergence, divergence, limite infinie

Comparaison de la convergence et de la limite de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ avec celles des deux suites $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ et $(u_{2n+1})_{n \in \mathbb{N}}$

Opérations sur les limites

Résultats fondamentaux sur les limites et inégalités :

- Signe d'une suite de limite non nulle
- Passage à la limite dans une inégalité large
- Théorème des gendarmes
- Cas des limites infinies dans une inégalité

Théorème de la limite monotone

Suites adjacentes et théorème des suites adjacentes

Exemples d'étude de suites du type $u_{n+1} = f(u_n)$

Croissances comparées entre les suites factorielle, puissance (n^α avec $\alpha > 0$), géométriques (a^n avec $a > 1$)

Suites équivalentes, notation $u_n \sim v_n$

L'équivalence est compatible avec la multiplication, la division et l'élevation à une puissance constante

Utilisation des équivalents pour la recherche de limites

Questions de cours

Définition d'une solution d'une équation différentielle du 1er ou 2nd ordre

Résolution d'une équation différentielle de la forme $y' + ay = b$, $(a, b) \in \mathbb{R}^2$

Résolution d'une équation différentielle de la forme $ay'' + by' + cy = 0$ dans le cas où $b^2 - 4ac < 0$

Résolution d'une équation différentielle de la forme $ay'' + by' + cy = 0$ dans le cas où $b^2 - 4ac > 0$

Résolution d'une équation différentielle de la forme $ay'' + by' + cy = 0$ dans le cas où $b^2 - 4ac = 0$

Énoncer la définition d'une suite arithmétique, terme général, somme des termes consécutifs

Énoncer la définition d'une suite géométrique, terme général, somme des termes consécutifs

Terme général d'une suite vérifiant une relation du type $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ dans le cas $a^2 + 4b > 0$

Terme général d'une suite vérifiant une relation du type $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ dans le cas $a^2 + 4b = 0$

Terme général d'une suite vérifiant une relation du type $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ dans le cas $a^2 + 4b < 0$

Énoncer la définition d'une suite majorée, minorée, bornée

Énoncer la définition et le théorème des suites adjacentes

Énoncer la définition de suites équivalentes

Suites équivalentes usuelles

Croissances comparées entre les suites puissance n^α (avec $\alpha > 0$), géométrique a^n (avec $a > 1$) et factorielle $n!$

Théorème des gendarmes (ou d'encadrement) et cas de limites infinies dans une inégalité

Théorème sur les suites extraites des termes de rangs pairs et impairs