

Semaine 11  
du lundi 11 au vendredi 15 décembre 2023

## Séries de nombres réels

Notation  $\sum_{n \geq n_0} u_n$  ou  $\sum u_n$ , sommes partielles  $S_n = \sum_{k=n_0}^n u_k$

Convergence d'une série, somme d'une série convergente  $S = \sum_{n=n_0}^{+\infty} u_n$

Combinaison linéaire de séries convergentes

Théorème de convergence par comparaison pour deux séries à termes positifs

Si les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont équivalentes alors les séries  $\sum u_n$  et  $\sum v_n$  sont de même nature

Convergence absolue (condition suffisante de convergence)

Si une série est absolument convergente alors elle est convergente

Convergence et somme de la série géométrique  $\sum_{n \geq 0} q^n$  (pour  $|q| < 1$ )

Convergence et somme de la série géométrique dérivée première  $\sum_{n \geq 1} nq^{n-1}$

Convergence et somme de la série géométrique dérivée seconde  $\sum_{n \geq 2} n(n-1)q^{n-2}$

Convergence et somme de la série exponentielle  $\sum_{n \geq 0} \frac{x^n}{n!}$

Convergence de la série  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2}$  et divergence de la série  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n}$

## Dénombrement - Probabilités discrètes

$p$ -listes d'un ensemble et nombre de  $p$ -listes

$p$ -listes sans répétition ou arrangement d'un ensemble et nombre de  $p$ -listes sans répétition

permutation d'un ensemble et nombre de permutations

$p$ -combinaison d'un ensemble et nombre de  $p$ -combinaisons

Expérience aléatoire, univers  $\Omega$ , événements, événement certain, événement impossible

Notion de tribu  $\mathcal{T}$  sur  $\Omega$  (aucune question sur les tribus ne doit être proposée)

Événements incompatibles, système complet d'événements

Système quasi-complet d'événements

Définition d'une probabilité sur  $(\Omega, \mathcal{T})$

Propriétés d'une probabilité ( $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ ,  $P(\emptyset) = 0$ ,  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ )

Pour des suites  $(B_n)_{n \in \mathbb{N}}$  d'événements 2 à 2 incompatibles, la série  $\sum_{n \geq 0} P(B_n)$  converge et  $P\left(\bigcup_{n=0}^{+\infty} B_n\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B_n)$

Cas d'équiprobabilité, probabilité uniforme

Définition de la probabilité conditionnelle, notation  $P_A(B)$  ou  $P(B \setminus A)$ ,  $P_A$  est une probabilité

Formule des probabilités composées (conditionnements successifs)

Formule des probabilités totales, si  $(A_n)_n$  est un système quasi-complet d'événements

alors la série  $\sum_n P(A_n \cap B)$  est convergente et  $P(B) = \sum_n P(A_n \cap B)$

si, de plus,  $P(A_n) \neq 0$ ,  $P(B) = \sum_n P(A_n)P_{A_n}(B)$

Formule de Bayes

Indépendance de deux événements, indépendance (mutuelle) de  $n$  événements, d'une suite d'événements

## Questions de cours

Convergence et somme d'une série

Condition nécessaire de convergence de la série  $\sum u_n$

Critère de convergence par comparaison d'une série à termes positifs

Critère de convergence par équivalent pour une série à termes positifs

définition de la convergence absolue, critère de convergence et inégalité sur les sommes

définition et convergence d'une série télescopique

définition et convergence de la série harmonique

définition et convergence d'une série exponentielle

Condition de convergence et somme des séries suivantes :  $\sum q^n$ ,  $\sum nq^{n-1}$  et  $\sum n(n-1)q^{n-2}$

Définition d'une  $p$ -liste d'un ensemble  $E$  à  $n$  éléments et donner leur nombre

Définition d'une  $p$ -liste sans répétition (arrangement) d'un ensemble  $E$  à  $n$  éléments et donner leur nombre

Définition d'une permutation d'un ensemble  $E$  à  $n$  éléments et donner leur nombre

Définition d'une  $k$ -combinaison d'un ensemble  $E$  à  $n$  éléments

Formule de Pascal

Définition d'une probabilité sur un univers  $\Omega$

Caractérisation d'une probabilité sur un univers  $\Omega$  fini

Caractérisation d'une probabilité sur un univers  $\Omega$  infini dénombrable

Définition de probabilité conditionnelle

Définition de l'indépendance de  $n$  événements

Formule des probabilités composées

Formule des probabilités totales

Formule de Bayes