

Semaine 13
du lundi 15 au vendredi 19 janvier 2024

Diagonalisation des matrices

Changement de base, matrice de passage, action d'un changement de base sur les coordonnées d'un vecteur

Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres d'une matrice carrée

Les valeurs propres d'une matrice diagonale sont ses éléments diagonaux

Une famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre

Une famille obtenue par juxtaposition des bases des sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est libre

Une matrice carrée $n \times n$ admet au plus n valeurs propres distinctes et la somme des dimensions des sous-espaces propres est inférieure ou égale à n

Matrice diagonalisable

Une matrice carrée $n \times n$ est diagonalisable ssi la somme des dimensions des sous-espaces propres est égale à n

Une matrice carrée $n \times n$ ayant n valeurs propres distinctes est diagonalisable et les sous-espaces propres sont de dimension 1

Calcul des puissances d'une matrice

Application à l'étude de suites imbriquées, de suites récurrentes linéaires

Application à la résolution de systèmes différentiels linéaires

Application à la résolution d'équation matricielle

Variables aléatoires réelles discrètes

Variable aléatoire réelle discrète sur (Ω, \mathcal{T})

loi de probabilité d'une variable aléatoire réelle discrète

Fonction de répartition, croissance, limites en $\pm\infty$

Retrouver la loi de probabilité à partir de la fonction de répartition

Moments d'une variable aléatoire discrète

Espérance mathématique d'une variable aléatoire discrète, positivité, croissance, linéarité

Théorème de transfert

Variance d'une variable aléatoire discrète, $V(aX + b)$, signe de $V(X)$

Formule de König-Huygens

Écart-type, variable centrée, variable centrée réduite

Variable centrée réduite associée à une variable aléatoire discrète

Loi certaine, espérance et variance

Loi uniforme, espérance de la loi uniforme sur $\{1, \dots, n\}$

Loi de Bernoulli, espérance et variance

Loi binomiale, espérance et variance

Loi de Poisson, espérance et variance

Loi géométrique, espérance et variance, propriété d'invariance temporelle

Questions de cours

Définition de la matrice de passage d'une base à une autre base d'un espace vectoriel de dimension finie

Action d'un changement de base sur la matrice des coordonnées d'un vecteur

Que peut-on dire d'une famille finie de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes ?

Que peut-on dire de la juxtaposition de bases de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes ?

Définition d'une valeur propre ainsi que d'un sous-espace propre pour une matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$

Définition d'une matrice diagonalisable

Condition sur les dimensions des sous-espaces propres pour qu'une matrice $n \times n$ soit diagonalisable

Condition suffisante de diagonalisabilité d'une matrice $n \times n$ quant au nombre de ses valeurs propres

Donner une condition d'inversibilité d'une matrice à l'aide de ses valeurs propres

Donner deux conditions suffisantes et non nécessaires de diagonalisabilité d'une matrice carrée réelle.

Système complet ou quasi-complet d'événements associé à une variable aléatoire discrète

Formule des probabilités totales pour un système complet d'événements liés à une variable aléatoire discrète

Définition d'une distribution ou loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète finie ou infinie dénombrable

Définition de la fonction de répartition d'une variable aléatoire discrète finie ou infinie dénombrable

Définition du moment d'ordre r d'une variable aléatoire discrète finie ou infinie dénombrable

Définition de l'espérance d'une variable aléatoire discrète à valeurs dans \mathbb{N}

Définitions de variance et écart-type d'une variable aléatoire discrète finie ou infinie dénombrable

Théorème de König-Huygens

Théorème de transfert

Espérance, variance et écart-type de $Y = aX + b$

Définition d'une variable centrée réduite, variable centrée réduite associée à une variable aléatoire discrète

Loi certaine, espérance et variance

Loi uniforme, espérance de la loi uniforme sur $\{1, \dots, n\}$

Loi de Bernoulli, espérance et variance

Loi binomiale, espérance et variance

Loi de Poisson, espérance et variance

Loi géométrique, espérance et variance, propriété d'invariance temporelle

Propriété d'invariance temporelle de la loi géométrique