

Semaine 13  
du lundi 15 au vendredi 19 janvier 2024

## Diagonalisation des matrices

Changement de base, matrice de passage, action d'un changement de base sur les coordonnées d'un vecteur  
 Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres d'une matrice carrée  
 Les valeurs propres d'une matrice diagonale sont ses éléments diagonaux  
 Une famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre  
 Une famille obtenue par juxtaposition des bases des sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est libre  
 Une matrice carrée  $n \times n$  admet au plus  $n$  valeurs propres distinctes et la somme des dimensions des sous-espaces propres est inférieure ou égale à  $n$   
 Matrice diagonalisable  
 Une matrice carrée  $n \times n$  est diagonalisable ssi la somme des dimensions des sous-espaces propres est égale à  $n$   
 Une matrice carrée  $n \times n$  ayant  $n$  valeurs propres distinctes est diagonalisable et les sous-espaces propres sont de dimension 1  
 Calcul des puissances d'une matrice  
 Application à l'étude de suites imbriquées, de suites récurrentes linéaires  
 Application à la résolution de systèmes différentiels linéaires  
 Application à la résolution d'équation matricielle

## Variables aléatoires réelles discrètes

Variable aléatoire réelle discrète sur  $(\Omega, \mathcal{T})$   
 loi de probabilité d'une variable aléatoire réelle discrète  
 Fonction de répartition, croissance, limites en  $\pm\infty$   
 Retrouver la loi de probabilité à partir de la fonction de répartition  
 Moments d'une variable aléatoire discrète  
 Espérance mathématique d'une variable aléatoire discrète, positivité, croissance, linéarité  
 Théorème de transfert  
 Variance d'une variable aléatoire discrète,  $V(aX + b)$ , signe de  $V(X)$   
 Formule de König-Huygens  
 Écart-type, variable centrée, variable centrée réduite  
 Variable centrée réduite associée à une variable aléatoire discrète  
 Loi certaine, espérance et variance  
 Loi uniforme, espérance de la loi uniforme sur  $\{1, \dots, n\}$   
 Loi de Bernoulli, espérance et variance  
 Loi binomiale, espérance et variance  
 Loi de Poisson, espérance et variance  
 Loi géométrique, espérance et variance, propriété d'invariance temporelle

## Questions de cours

Définition de la matrice de passage d'une base à une autre base d'un espace vectoriel de dimension finie  
 Action d'un changement de base sur la matrice des coordonnées d'un vecteur  
 Que peut-on dire d'une famille finie de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes ?  
 Que peut-on dire de la juxtaposition de bases de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes ?  
 Définition d'une valeur propre ainsi que d'un sous-espace propre pour une matrice  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$   
 Définition d'une matrice diagonalisable  
 Condition sur les dimensions des sous-espaces propres pour qu'une matrice  $n \times n$  soit diagonalisable  
 Condition suffisante de diagonalisabilité d'une matrice  $n \times n$  quant au nombre de ses valeurs propres  
 Donner une condition d'inversibilité d'une matrice à l'aide de ses valeurs propres

Donner deux conditions suffisantes et non nécessaires de diagonalisabilité d'une matrice carrée réelle.

Système complet ou quasi-complet d'événements associé à une variable aléatoire discrète

Formule des probabilités totales pour un système complet d'événements liés à une variable aléatoire discrète

Définition d'une distribution ou loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète finie ou infinie dénombrable

Définition de la fonction de répartition d'une variable aléatoire discrète finie ou infinie dénombrable

Définition du moment d'ordre  $r$  d'une variable aléatoire discrète finie ou infinie dénombrable

Définition de l'espérance d'une variable aléatoire discrète à valeurs dans  $\mathbb{N}$

Définitions de variance et écart-type d'une variable aléatoire discrète finie ou infinie dénombrable

Théorème de König-Huygens

Théorème de transfert

Espérance, variance et écart-type de  $Y = aX + b$

Définition d'une variable centrée réduite, variable centrée réduite associée à une variable aléatoire discrète

Loi certaine, espérance et variance

Loi uniforme, espérance de la loi uniforme sur  $\{1, \dots, n\}$

Loi de Bernoulli, espérance et variance

Loi binomiale, espérance et variance

Loi de Poisson, espérance et variance

Loi géométrique, espérance et variance, propriété d'invariance temporelle

Propriété d'invariance temporelle de la loi géométrique