

Semaine 14
du lundi 22 au vendredi 26 janvier 2024

Variables aléatoires réelles discrètes

Variable aléatoire réelle discrète sur (Ω, \mathcal{T})
 loi de probabilité d'une variable aléatoire réelle discrète
 Fonction de répartition, croissance, limites en $\pm\infty$
 Retrouver la loi de probabilité à partir de la fonction de répartition
 Moments d'une variable aléatoire discrète
 Espérance mathématique d'une variable aléatoire discrète, positivité, croissance, linéarité
 Théorème de transfert
 Variance d'une variable aléatoire discrète, $V(aX + b)$, signe de $V(X)$
 Formule de König-Huygens
 Écart-type, variable centrée, variable centrée réduite
 Variable centrée réduite associée à une variable aléatoire discrète
 Loi certaine, espérance et variance
 Loi uniforme, espérance de la loi uniforme sur $\{1, \dots, n\}$
 Loi de Bernoulli, espérance et variance
 Loi binomiale, espérance et variance
 Loi de Poisson, espérance et variance
 Loi géométrique, espérance et variance, propriété d'invariance temporelle

Intégrales généralisées

Convergence d'une intégrale généralisée (ou impropre) d'une fonction continue sur un intervalle semi-ouvert ou ouvert
 Cas d'une fonction définie sur un intervalle et continue sur un intervalle sauf en un nombre fini de points
 Cas particulier d'une fonction prolongeable par continuité en un point
 Propriétés des intégrales convergentes : linéarité, relation de Chasles, positivité, croissance
 Adaptation de l'intégration par parties aux intégrales généralisées
 Adaptation de la formule de changement de variable pour les intégrales généralisées
 Cas des fonctions paires ou impaires
 Théorème de convergence par comparaison pour deux fonctions positives
 Si deux fonctions positives sont équivalentes en b alors les deux intégrales, impropres en b , $\int_a^b f$ et $\int_a^b g$ sont de même nature
 Convergence absolue d'une intégrale généralisée
 La convergence absolue est une condition suffisante de convergence
 L'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2/2} dx$ converge et vaut $\sqrt{2\pi}$

Questions de cours

Système complet ou quasi-complet d'événements associé à une variable aléatoire discrète
 Formule des probabilités totales pour un système complet d'événements liés à une variable aléatoire discrète
 Définition d'une distribution ou loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète finie ou infinie dénombrable
 Définition de la fonction de répartition d'une variable aléatoire discrète finie ou infinie dénombrable
 Définition du moment d'ordre r d'une variable aléatoire discrète finie ou infinie dénombrable
 Définition de l'espérance d'une variable aléatoire discrète à valeurs dans \mathbb{N}
 Définitions de variance et écart-type d'une variable aléatoire discrète finie ou infinie dénombrable
 Théorème de König-Huygens
 Théorème de transfert
 Espérance, variance et écart-type de $Y = aX + b$
 Définition d'une variable centrée réduite, variable centrée réduite associée à une variable aléatoire discrète
 Loi certaine, espérance et variance

Loi uniforme, espérance de la loi uniforme sur $\{1, \dots, n\}$

Loi de Bernoulli, espérance et variance

Loi binomiale, espérance et variance

Loi de Poisson, espérance et variance

Loi géométrique, espérance et variance, propriété d'invariance temporelle

Propriété d'invariance temporelle de la loi géométrique

Convergence d'une intégrale généralisée $\int_a^b f(t) dt$ si f est une fonction continue sur l'intervalle $[a, b[$

Convergence d'une intégrale généralisée $\int_a^{+\infty} f(t) dt$ si f est une fonction continue sur l'intervalle $[a, +\infty[$

Relation de Chasles pour les intégrales impropres

Théorème de comparaison pour les intégrales impropres

Théorème sur les fonctions équivalentes

Définition de l'absolue convergence et le critère de convergence d'une intégrale généralisée

Formule de changement de variable pour les intégrales généralisées

Théorème d'intégration par parties pour une intégrale généralisée