

Semaine 17

du lundi 12 au vendredi 16 février 2024

Variables aléatoires à densitéLoi uniforme sur $[a, b]$: densité, fonction de répartition, espérance, variance

Loi exponentielle : densité, fonction de répartition, espérance, variance

Loi normale (ou gaussienne) centrée réduite : densité notée φ , espérance, varianceLoi normale de paramètre μ, σ^2 : densité, espérance, varianceSi X suit une loi normale alors, pour tous réels $a \neq 0$ et b , $aX + b$ suit une loi normaleSi X suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ alors $X^* = \frac{X - \mu}{\sigma}$ suit une loi $\mathcal{N}(0, 1)$

Loi de la somme de deux variables aléatoires indépendantes à densité (résultat admis et la formule du produit de convolution doit être rappelée)

Somme de deux variables aléatoires normales indépendantes (généralisation au cas de n variables gaussiennes indépendantes)Applications linéaires et matrices**Application linéaire**, endomorphisme, isomorphisme. Espaces isomorphesNotation $\mathcal{L}(E, F)$ et $\mathcal{L}(E)$

Opérations sur les applications linéaires : addition, multiplication par un scalaire, composition, réciproque

Propriétés de ces opérations

Notation f^n pour $n \geq 0$

Noyau, lien avec l'injectivité, sous-espace vectoriel de l'espace de départ

Image, lien avec la surjectivité, sous-espace vectoriel de l'espace d'arrivée

Cas de la dimension finie :

Détermination d'une application linéaire par l'image d'une base

Une application linéaire est un isomorphisme si, et seulement si, l'image d'une base est une base

Tout espace vectoriel de dimension n est isomorphe à \mathbb{K}^n

Rang d'une application linéaire

Théorème du rang

Pour une application linéaire entre deux espaces de même dimension, il y a équivalence entre l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité

Matrice d'une application linéaire d'un espace de dimension finie dans un espace de dimension finie, une base ayant été choisie dans chacun d'eux

Matrice de la somme de deux applications linéaires, du produit par un scalaire d'une application linéaire, de la composée de deux applications linéaires, de l'application réciproque

Un endomorphisme est bijectif si, et seulement si, sa matrice, dans une base quelconque, est inversible, il suffit de disposer d'une matrice inverse à gauche ou à droite

Interprétation d'une matrice comme application linéaire de \mathbb{K}^p dans \mathbb{K}^n

Cette interprétation permet de parler d'image, de noyau et de rang de la matrice en lien avec les mêmes notions pour les applications linéaires

Changement de base

Matrice de passage

Action d'un changement de base sur la matrice des coordonnées d'un vecteur

Action d'un changement de base sur la matrice d'un endomorphisme

Matrices semblables

Diagonalisation

Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres d'un endomorphisme, spectre d'un endomorphisme
 En dimension finie, lien entre les éléments propres d'un endomorphisme et ceux d'une matrice qui le représente dans une base

Une famille finie de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre

Une famille finie obtenue par juxtaposition de bases de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est libre

En dimension finie, endomorphisme diagonalisable (matrice diagonalisable)

Un endomorphisme en dimension n (une matrice carrée d'ordre n) est diagonalisable si, et seulement si, la somme des dimensions des sous-espaces propres est égale à n

Un endomorphisme en dimension n (une matrice carrée d'ordre n) ayant n valeurs propres distinctes est diagonalisable, les sous-espaces propres sont alors de dimension 1

Questions de cours

Donner densité, fonction de répartition, espérance et variance de la loi uniforme sur $[a, b]$

Donner densité, fonction de répartition, espérance et variance de la loi exponentielle de paramètre λ

Donner densité, fonction de répartition, espérance et variance d'une loi normale

Allure de la représentation graphique d'une densité de la loi exponentielle de paramètre 1.

Allure de la représentation graphique d'une densité de la loi normale d'espérance 1 et de variance 1.

Définitions de image et noyau d'une application linéaire de E vers F

Théorème du rang pour une application linéaire $f : E \rightarrow F$

Caractériser les applications linéaires de E vers F injectives, surjectives, bijectives

Écriture matricielle de l'image d'un vecteur par une application linéaire en dimension finie

Définition du rang d'une application linéaire de E vers F

Formule de changement de base pour la matrice d'un endomorphisme de E de dimension finie

Définition de matrices semblables

Définition de valeur propre, vecteur propre, sous-espace propre d'un endomorphisme

Que peut-on dire d'une famille finie de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes ?

Que peut-on dire de la juxtaposition de bases de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes ?

Définition d'un endomorphisme diagonalisable

Condition nécessaire et suffisante de diagonalisabilité d'un endomorphisme en dimension finie

Condition suffisante de diagonalisabilité d'un endomorphisme en dimension finie