Semaine 2
du lundi 23 au vendredi 27 septembre 2024

Intégration

Primitives d'une fonction continue sur un intervalle
Si f est continue sur $\mathcal{I}$ et $a \in \mathcal{I}$ alors $x \mapsto \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ est l'unique primitive de f s'annulant en a
Primitivation par parties

Intégrale d'une fonction continue sur un segment
Lien avec la notion d'aire pour une fonction positive
Propriétés de l'intégrale :
- linéarité
- relation de Chasles
- positivité
- encadrement de l'intégrale à partir dun encadrement de la fonction
- si $a < b$ alors $\left|\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t\right| \leqslant \int_a^b |f(t)|\,\mathrm{d}t$

Valeur moyenne d'une fonction continue sur un segment
Sommes de Riemann sur $[0,1]$: $\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n}\sum\limits_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{k}{n}\right) = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$
Intégration par parties (sauf dans les cas simples, la nécessité de l'IPP est indiquée)
Changement de variables (sauf dans les cas simples, il est donné)

Équations différentielles linéaires

Principe de superposition

Équations du premier ordre
Résolution de $y' + ay = b$ où $(a,b) \in \mathbb{R}^2$
Résolution des équations différentielles du type $y' + a(t)y = f(t)$ où $(a,f) \in \mathcal{C}^0(\mathcal{I},\mathbb{R})^2$
Méthode de variation de la constante

Équations du second ordre
Résolution de $y'' + ay' + by = c$ où $(a,b,c) \in \mathbb{R}^3$
Résolution de $y'' + ay' + by = f(t)$ où $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ et $f \in \mathcal{C}^0(\mathcal{I},\mathbb{R})$
lorsque $f(t) = P(t)e^{mt}$ ou $f(t) = \sin(\omega t)$ ou $f(t) = \cos(\omega t)$, on donne la forme d'une solution particulière

Questions de cours

Interprétation en termes d'aire de l'intégrale d'une fonction
Primitives de x^r, e^x, $\sin x$, $\cos x$, $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$, $\frac{1}{x^2+1}$
Formule d'intégration par parties
Formule de changement de variable dans une intégrale sur un segment
Méthode de primitivation de $\sin^p x \cos^q x$, $(p,q) \in \mathbb{N}^2$
Théorème de la moyenne (convergence des sommes de Riemann vers l'intégrale sur $[0,1]$)

Définition d'une solution d'une équation différentielle du 1er ou 2nd ordre
Résolution d'une équation différentielle de la forme $y' + ay = b$, $(a,b) \in \mathbb{R}^2$
Résolution d'une équation différentielle de la forme $ay'' + by' + cy = 0$ dans le cas où $b^2 - 4ac < 0$
Résolution d'une équation différentielle de la forme $ay'' + by' + cy = 0$ dans le cas où $b^2 - 4ac > 0$
Résolution d'une équation différentielle de la forme $ay'' + by' + cy = 0$ dans le cas où $b^2 - 4ac = 0$