

Chapitre 07 - Calcul matriciel

1 - Opérations sur les matrices

- Définition, notations $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$, $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$
- Opérations sur les matrices : somme, multiplication par scalaire.
- Matrices carrées, matrices diagonales, triangulaires.
- Transposée d'une matrice. Notation A^T .
- Matrices symétriques/antisymétriques.
- Toute matrice carrée s'écrit de manière unique comme $S + A$.
- Trace d'une matrice carrée. Propriétés.
- Puissances d'une matrice carrée. Matrices nilpotentes.
- Formule du binôme, identité remarquable.

2 - Matrices carrées inversibles

- Matrices carrées inversibles. Exemple.
- Propriétés des matrices carrées inversibles.
- Inversibilité des matrices triangulaires, diagonales.
- Déterminant et inverse d'une matrice 2×2 .
- Opérations élémentaires sur lignes ou colonnes.
- Matrices  quivalentes. Notation $A \sim B$.
- Deux matrices équivalentes ont même inversibilité.
- Méthode de Gauss-Jordan pour calculer A^{-1} .

Démonstrations exigibles :

- Toute matrice carrée M de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ s'écrit de manière unique sous la forme $M = S + A$ avec S symétrique et A antisymétrique.
- Si A est une matrice de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ et B est une matrice de $\mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{R})$,

$$(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$$

- Si A et B sont deux matrices carrées de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, alors

$$\forall \lambda \in \mathbb{R}, \operatorname{tr}(\lambda A + B) = \lambda \operatorname{tr}(A) + \operatorname{tr}(B) \quad \text{et} \quad \operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA)$$

- Soit $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ une matrice de taille 2.

Alors :

$$A \text{ inversible} \iff \det(A) \neq 0$$

$$\text{et si } \det(A) \neq 0, A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$$

Savoirs faire exigibles :

- Calculer une somme, un produit de matrices.
- Déterminer les puissances d'une matrice (récurrence ou binôme).
- Calculer la trace d'une matrice et connaître les propriétés.
- Déterminer si une matrice est inversible ou non.
- Calculer l'inverse d'une matrice 2×2
- Calculer l'inverse d'une matrice carrée par pivot