

Chapitre 10 - Convergence de suites

1 Suites convergentes, divergentes

- Définition de la convergence/divergence. Unicité de la limite.
- Suites extraites.
- Si une suite converge vers ℓ , alors toutes les suites extraites convergent vers ℓ .
- Si (u_{2n}) et (u_{2n+1}) convergent vers ℓ , alors (u_n) converge vers ℓ également.

2 Opérations sur les limites

- Opérations sur les limites.
- Extension des notations vues sur les fonctions : o et $\sim$.
- Croissances comparées usuelles : pour $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\gamma > 0$,

$$(\ln(n))^\alpha \ll n^\beta \ll e^{n^\gamma} \ll n!$$

- Limites et inégalités. Passages à la limite dans (in) galit s.

3 Le cas des suites monotones

- Suites croissantes, décroissantes.
- Théorème de la limite monotone.
- Suites adjacentes : définition et théorème.

En exercices :

- Exemples de suites récurrentes du type $u_{n+1} = f(u_n)$.
Aucune théorie générale n'est au programme pour ces suites.
- Exemples de suites implicites, définies par des équations du type $f(u_n) = 0$ ou $f_n(u_n) = 0$. Aucune théorie générale n'est au programme pour ces suites.

Démonstrations exigibles :

1. Si (u_n) converge vers $\ell_1 \in \mathbb{R}$ et vers $\ell_2 \in \mathbb{R}$, alors $\ell_1 = \ell_2$ (unicité de la limite)
2. Si (u_{2n}) et (u_{2n+1}) convergent toutes les deux vers un réel ℓ , alors la suite (u_n) converge vers ℓ .
3. Pour tout $\alpha > 0$, $e^{\alpha n} \underset{n \rightarrow +\infty}{=} o(n!).$
4. Si (u_n) et (v_n) sont adjacentes, alors (u_n) et (v_n) sont convergentes vers une même limite.

Savoirs faire exigibles :

- Déterminer la limite d'une suite explicite (limites, équivalents)
-  crire la convergence d'une suite vers un réel ℓ .
- Connaître la définition de deux suites adjacentes.
- Utiliser (u_{2n}) et (u_{2n+1}) pour avoir la convergence.
-  tudier la monotonie d'une suite.
- Utiliser le théorème de la limite monotone.
- Faire un passage à la limite dans une égalité/inégalité.