

Chapitre 11 - Séries

1 - Convergence des séries

Conformément au programme, on se concentre sur les séries à termes positifs ici, ou bien aux séries absolument convergentes. La notion peut être étendue aux séries à termes quelconques, mais ce n'est pas exigible des étudiants.

- Somme partielle d'ordre n . Convergence/divergence d'une série.
- Exemples fondamentaux : $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2}$ et $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n}$
- La convergence ne dépend pas du premier terme.
- Condition nécessaire de convergence : le t.g. doit tendre vers 0.

2 - Séries à termes positifs

- Condition nécessaire et suffisante : (S_n) majorée.
- Critères de conv. (comparaison, négligeabilité, équivalence).
- Convergence absolue pour une série à termes non positifs.

3 - Séries usuelles de référence

- Séries de Riemann

$$\sum \frac{1}{n^\alpha} \text{ converge } \iff \alpha > 1$$

Manque les séries géométriques et exponentielles, et les calculs de sommes de séries, $\implies$ la semaine suivante :

Démonstrations exigibles :

1. La série $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n(n+1)}$ converge et $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 1$.
2. La série $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2}$ converge.
3. La série $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n}$ diverge.
4. Soient (u_n) et (v_n) deux suites telles que $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n \leq v_n$.
Si la série $\sum v_n$ converge, alors la série $\sum u_n$ converge.

Savoirs faire exigibles :

- Reconnaître et calculer des sommes télescopiques
- Calculer des limites et des équivalents de suites.
- Différencier le vocabulaire du chap.11 (somme partielle, série,...).
- Montrer qu'une série converge via somme partielle.
- Montrer qu'une série converge via un critère de convergence.
- Déterminer si une série est absolument convergente.
- Connaître les séries de Riemann
- Mener une comparaison somme / intégrale.
- Si une série est alternée et non absolument convergente, on revient à l'étude des sommes partielles (en regardant S_{2n} et S_{2n+1}).