

Chapitre 11 - Séries

Révision du programme pr c dent

3 - Séries usuelles de référence

- Séries de Riemann

$$\sum \frac{1}{n^\alpha} \text{ converge } \iff \alpha > 1$$

- Séries géométriques et dérivées

$$\forall q \in]-1, 1[, \sum_{n=0}^{+\infty} q^n = \frac{1}{1-q} \quad \text{et} \quad \sum_{n=p}^{+\infty} q^n = q^p \cdot \frac{1}{1-q}$$

$$\forall q \in]-1, 1[, \sum_{n=1}^{+\infty} nq^{n-1} = \frac{1}{(1-q)^2}$$

$$\forall q \in]-1, 1[, \sum_{n=2}^{+\infty} n(n-1)q^{n-2} = \frac{2}{(1-q)^3}$$

- Séries exponentielle

$$\forall x \in \mathbb{R}, \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$$

Démonstrations exigibles :

1. La série de Riemann $\sum \frac{1}{n^\alpha}$ converge si et seulement si $\alpha > 1$.
2. La série géométrique $\sum_{n \geq 0} q^n$ converge si et seulement si $-1 < q < 1$,
et on a $\forall q \in]-1, 1[, \sum_{n=0}^{+\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$
3. La série géométrique dérivée $\sum_{n \geq 1} nq^{n-1}$ converge si et seulement si
 $-1 < q < 1$ et on a $\forall q \in]-1, 1[, \sum_{n=1}^{+\infty} nq^{n-1} = \frac{1}{(1-q)^2}$.
4. Pour tout réel x , la série exponentielle $\sum_{n \geq 0} \frac{x^n}{n!}$ est absolument convergente, donc converge.

Savoirs faire exigibles :

- Reconnaître et calculer des sommes télescopiques
- Calculer des limites et des équivalents de suites.
- Diff rentier le vocabulaire du chap.11 (somme partielle, série, ...).
- Montrer qu'une série converge via somme partielle.
- Montrer qu'une série converge via un critère de convergence.
- Déterminer si une série est absolument convergente.
- Connaître les séries de Riemann
- Mener une comparaison somme / intégrale.
- Si une série est alternée et non absolument convergente, on revient à l'étude des sommes partielles (en regardant S_{2n} et S_{2n+1}).
- Calculer une somme infinie en reconnaissant des séries usuelles
- Connaître les formules des séries géométriques
- Connaître la formule de la série exponentielle