Chapitre 04 - Limites et équivalents

Révisions du programme précédent

Chapitre 05 - Continuité et dérivation

1 - Continuité

Révisions du programme précédent

2 - Dérivabilité en un point

- Taux d'accroissement. Fonction dérivable en un point.
- Équation de la tangente.
- Dérivées des fonctions usuelles
- Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient
- Dérivée d'une composée
- Dérivée de la réciproque d'une fonction bijective.

On ***admet*** *pour l'instant le lien entre le signe de la dérivée et les variations de la fonction.*

3 - Dérivabilité sur un intervalle

- Foction dérivée. Fonctions de classe $\mathcal{C}^k$, classe $\mathcal{C}^\infty$
- Condition nécessaire d'extremum local.
- Théorème de Rolle.
- Théorème des accroissements finis.
- Application 1 : lien entre signe de la dérivée et variations de la fonction.
- Application 2 : inégalité des accroissements finis.

Démonstrations exigibles :

— Soit $f : x \mapsto x^n$ avec $n \in \mathbb{N}^*$.
Alors f est dérivable en tout réel a, et $\forall a \in \mathbb{R},\ f'(a) = na^{n-1}$.

— Soit $f : x \mapsto \sqrt{x}$.
Alors f est dérivable en tout $a > 0$, et $\forall a > 0,\ f'(a) = \dfrac{1}{2\sqrt{a}}$.
De plus, f n'est pas dérivable en 0.

— **Théorème de Rolle**. Soit f une fonction continue sur $[a, b]$, $(a < b)$, dérivable sur $]a, b[$, telle que $f(a) = f(b)$.
Alors il existe $c \in]a, b[$ tel que $f'(c) = 0$.

— Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I. Alors :

$$f \text{ est croissante sur } I \iff \forall t \in I,\ f'(t) \geqslant 0$$

Savoirs faire exigibles :

— Étudier si une fonction est continue / dérivable
— Étudier si une fonction est prolongeable par continuité en un réel
— Utiliser le théorème des valeurs intermédiaires.
— Utiliser le théorème de la bijection.
— Connaître les dérivées des fonctions usuelles
— Savoir dériver un produit, un quotient
— Savoir dériver une composée
— Étudier les variations d'une fonction avec sa dérivée.
— Montrer une inégalité en étudiant les variations d'une fonction
— Utiliser le théorème / l'inégalité des accroissements finis.