

Programme n° 2

Semaine du 21 au 25 septembre 2026

Programme

1 - Matrices (révisions d'hypokhâgne)

- Ensemble $M_{n,p}(\mathbb{R})$. Opérations.
- Transposée. Transposée du produit.
- Matrices carrées. .
- Inversibilité. Lien avec les systèmes. Cas des matrices triangulaires. Déterminant pour les matrices 2×2 . Inversibilité du produit.
- Trace. Trace du produit.

2 - Algèbre linéaire dans $\mathbb{R}^n$ (révisions d'hypokhâgne)

Le cadre, pour cette colle, est l'espace $\mathbb{R}^n$.

- Espace $\mathbb{R}^n$. Sous-espaces vectoriels.
- Familles libres, génératrices. Bases.
- Applications linéaires. Endomorphismes.
- Noyau, image. Lien avec la surjectivité et l'injectivité.
- Utilisation du théorème du rang.
- Utilisation des matrices.

3 - Résolution des systèmes linéaires (révisions d'hypokhâgne)

4 - Généralisation à d'autres espaces vectoriels de dimension finie.

Un espace vectoriel est défini comme un espace muni d'une addition qui vérifie certaines propriétés, et en bijection linéaire avec $\mathbb{R}^n$. Ces notions sont introduites uniquement pour étudier des espaces concrets. Pour cette semaine, interroger sur cette partie les élèves ayant bien réussi le reste.

- Les définitions ont été données.
- Le cas de $M_{n,p}(\mathbb{R})$ a été vu.
- Les polynômes n'ont pas encore été étudiés de ce point de vue là, et assez peu en général.

5 - Chapitre 2 : Sommes directes, projecteurs, symétries

- Définition de somme directe, supplémentaire.
- Utilisation de la dimension pour démontrer une somme directe.
- Somme directe de n sous-espaces vectoriels (surtout la définition, peu traité en exercices, cela sera utilisé surtout pour la suite!).
- Projecteurs et symétries sur un espace vectoriel.
- Détermination des espaces caractéristiques associés.
- Représentation matricielle dans une base adaptée.

Consignes particulières

- Commencer la colle par l'utilisation d'une méthode de base.
- Les changements de bases ont peu été revus pour l'instant.
- L'utilisation des polynômes d'endomorphismes doit être guidée, et sur des polynômes explicites de petit degré uniquement.
- Pour les colles du lundi : nous n'aurons fait que deux heures d'exercices sur les projecteurs et les supplémentaires. Demander des choses élémentaires uniquement.