

Chapitre 06 - Intégration sur un segment

1 - Intégration sur un segment

- Définition informelle en terme d'aire.
- Propriétés graphiques : linéarité, relation de Chasles.
- Positivité de l'intégrale, croissance de l'intégrale.
- Inégalité triangulaire.
- Valeur moyenne d'une fonction. Inégalité de la moyenne.

2 - Intégrale et primitives

- Primitive sur un intervalle, sur une réunion d'intervalles
- Si f admet une primitive, alors f en admet une infinité.
- Deux primitives (éventuelles) de f diffèrent d'une constante.
- $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est la primitive de f qui s'annule en a .
- Théorème fondamental de l'analyse : si f continue sur un intervalle, alors f admet une primitive.
- Écriture intégrale/primitive :

$$\int_a^b f(t)dt = \left[F(t) \right]_a^b = F(b) - F(a)$$

- Extension au cas où $b < a$.

3 - Calcul d'intégrales

- Lecture inverse du tableau des dérivées
- Primitives des fonctions usuelles
- Formes remarquables primitivables : $u'u$, $\frac{u'}{u}$, $u'e^u$, $u'u^\alpha$, ...
- La fonction inverse a pour primitive $x \mapsto \ln(|x|)$
- La fonction $x \mapsto \ln(x)$ a pour primitive $x \mapsto x \ln(x) - x$.
- En exercices : fractions rationnelles du type $\frac{1}{(x-a)(x-b)}$.
- Intégration par parties : formule et exemples.
- Changements de variables : formule et exemples.

Démonstrations exigibles :

Pas de démonstration cette semaine

Savoirs faire exigibles :

- Connaître les dérivées et primitives des fonctions usuelles.
- Calculer une intégrale en utilisant une primitive
- Calculer une intégrale en reconnaissant une forme remarquable
- Décomposer une fraction $\frac{1}{(x-a)(x-b)}$ en éléments simples.
- Utiliser si besoin la linéarité ou la relation de Chasles
- Connaître et utiliser la formule d'intégration par parties
- Réaliser un changement de variable dans une intégrale

On ne soulèvera aucune difficulté sur des fonctions définies par des intégrales cette semaine.

Le but principal cette semaine est simplement de savoir calculer une intégrale en appliquant les bonnes formules de primitives.

L'intégration par parties doit être maîtrisée.

Les éventuels changements de variable seront guidés, en particulier ceux non-affines doivent être donnés aux étudiants.