Chapitre 11 - Suites

1 Suites convergentes, divergentes

- Définition de la convergence/divergence. Unicité de la limite.
- Suites extraites.
- Si une suite converge vers ℓ, alors toutes les suites extraites convergent vers ℓ.
- Si (u_{2n}) et (u_{2n+1}) convergent vers ℓ, alors (u_n) converge vers ℓ également.

2 Opérations sur les limites

- Opérations sur les limites.
- Extension des notations vues sur les fonctions : o et $\sim$.
- Croissances comparées usuelles : pour $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\gamma > 0$,

$$(\ln(n))^\alpha \ll n^\beta \ll e^{n\gamma} \ll n!$$

- Limites et inégalités. Passages à la limite dans (in)égalités.

3 Le cas des suites monotones

- Suites croissantes, décroissantes.
- Théorème de la limite monotone.
- Suites adjacentes : définition et théorème.

En exercices :

- Exemples de suites récurrentes du type $u_{n+1} = f(u_n)$.
  Aucune théorie générale n'est au programme pour ces suites.

- Exemples de suites implicites, définies par des équations du type $f(u_n) = 0$ ou $f_n(u_n) = 0$. Aucune théorie générale n'est au programme pour ces suites.

Démonstrations exigibles :

1. Si (u_n) converge vers $\ell \in \mathbb{R}$ et vers $\ell' \in \mathbb{R}$, alors $\ell = \ell'$ (unicité de la limite)

2. Si (u_{2n}) et (u_{2n+1}) convergent toutes les deux vers un réel ℓ, alors la suite (u_n) converge vers ℓ.

3. Pour tout $\gamma > 0$, $\quad e^{\gamma n} \underset{n\to+\infty}{=} o(n!)$.

4. Si (u_n) et (v_n) sont adjacentes, alors (u_n) et (v_n) sont convergentes vers une même limite.

Savoirs faire exigibles :

— Déterminer la limite d'une suite explicite (limites, équivalents)
— Écrire la convergence d'une suite vers un réel ℓ.
— Connaître la définition de deux suites adjacentes.
— Utiliser (u_{2n}) et (u_{2n+1}) pour avoir la convergence.
— Étudier la monotonie d'une suite.
— Utiliser le théorème de la limite monotone.
— Faire un passage à la limite dans une égalité/inégalité.