

Chapitre 06 - Intégration sur un segment

1 - Intégration sur un segment

- Définition informelle en terme d'aire.
- Propriétés graphiques : linéarité, relation de Chasles.
- Positivité de l'intégrale, croissance de l'intégrale.
- Inégalité triangulaire.
- Valeur moyenne d'une fonction. Inégalité de la moyenne.

2 - Intégrale et primitives

- Primitive sur un intervalle, sur une réunion d'intervalles
- Si f admet une primitive, alors f en admet une infinité.
- Deux primitives (éventuelles) de f diffèrent d'une constante.
- $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est la primitive de f qui s'annule en a .
- Théorème fondamental de l'analyse : si f continue sur un intervalle, alors f admet une primitive.
- Écriture intégrale/primitive :

$$\int_a^b f(t)dt = \left[F(t) \right]_a^b = F(b) - F(a)$$

- Extension au cas où $b < a$.

3 - Calcul d'intégrales

- Lecture inverse du tableau des dérivées
- Primitives des fonctions usuelles
- Formes remarquables primitivables : $u'u$, $\frac{u'}{u}$, $u'e^u$, $u'u^\alpha$, ...
- La fonction inverse a pour primitive $x \mapsto \ln(|x|)$
- La fonction $x \mapsto \ln(x)$ a pour primitive $x \mapsto x \ln(x) - x$.
- En exercices : fractions rationnelles du type $\frac{1}{(x-a)(x-b)}$.
- Intégration par parties : formule et exemples.
- Changements de variables : formule et exemples.

Démonstrations exigibles :

Pas de démonstration cette semaine

Savoirs faire exigibles :

- Connaître les dérivées et primitives des fonctions usuelles.
- Calculer une intégrale en utilisant une primitive
- Calculer une intégrale en reconnaissant une forme remarquable
- Décomposer une fraction $\frac{1}{(x-a)(x-b)}$ en éléments simples.
- Utiliser si besoin la linéarité ou la relation de Chasles
- Connaître et utiliser la formule d'intégration par parties
- Réaliser un changement de variable dans une intégrale
- Étudier une fonction définie par une intégrale, le x étant dans les bornes.