Les interrogations orales de cette semaine (et **jusqu'à fin décembre**) seront du type suivant :

- Chaque sujet comporte deux exercices courts :
  - ⋆ un exercice sur le chapitre en cours.
  - ⋆ un exercice de révisions.
- La préparation dure **30 minutes**. Le passage dure 30 minutes.
- L'interrogation sera sous forme de discussion dès le début de l'oral, sur le modèle des oraux de l'ENSAE / ENS Paris-Saclay.
  L'étudiant est encouragé à exposer ses résultats au début de l'oral, comme pour les oraux « avec exposé ».
  L'examinateur peut cependant intervenir dès le début de l'interrogation à tout moment.

---

1 Chapitre en cours : diagonalisation des matrices carrées et des endomorphismes de $\mathbb{R}^n$

— Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres, pour une matrice carrée / un endomorphisme de $\mathbb{R}^n$
— Recherche de valeurs propres à l'aide d'un polynôme annulateur (hors programme, à refaire systématiquement)
— Utilisation de la trace pour déterminer une dernière valeur propre.
— Matrice/endomorphisme diagonalisable :

$$\begin{aligned} M \text{ diagonalisable } &\iff M = PDP^{-1} \text{ avec } P \text{ inversible et } D \text{ diagonale} \\ &\iff \text{il existe une base de } \mathbb{R}^n \text{ formée de vecteurs propres de } M \end{aligned}$$

— Condition nécessaire et suffisante : M diagonalisable $\iff \sum\limits_{\lambda \in Sp(M)} \dim(E_\lambda(M)) = n$
— Condition suffisante : si M est de taille n et a n valeurs propres, alors M est diagonalisable.
— Si p est un projecteur, alors $\mathbb{R}^n = \mathrm{Ker}(p - Id) \oplus \mathrm{Ker}(p)$, donc $Sp(p) \subset \{0, 1\}$, et p est diagonalisable.

Exercices corrigés en classe : 5.1, 5.2, 5.5, 5.6, 5.9, 5.10, 5.14, 5.23, 5.28, 5.29, 5.39, 5.40, 5.43, 5.44

Remarques :
⋆ *On se restreint toujours à l'espace vectoriel $\mathbb{R}^n$ (pas d'espaces vectoriels de matrices, de polynômes, etc...)*
.

2 Chapitre de révisions : intégration

— Calculs de primitives et d'intégrales. Intégration par parties, changement de variable.
— Convergence d'intégrales impropres. Intégrales de Riemann $\int_0 \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t$ et intégrales de Riemann $\int^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t$
— Critères d'équivalences pour les fonctions positives, par majoration, équivalence, négligeabilité.
— Convergence absolue. La convergence absolue entraîne la convergence.
— Règle de positivité. Encadrement d'une intégrale.
— Étude de suites d'intégrales, de fonctions définies par des intégrales

Exercices corrigés en classe : 4.1, 4.2, 4.3, 4.5, 4.7, 4.8, 4.10, 4.13, 4.20, 4.21, 4.22, 4.28, 4.36, 4.38, 4.40, 4.45, 4.46, 4.47.

Remarques :
⋆ *Les intégrales de référence sont celles de Riemann en 0 et $+\infty$.*
⋆ *Les intégrales venant des densités (exponentielle, gauss) n'ont pas encore été vues.*
.
