

Les interrogations orales de cette semaine (et **jusqu'à fin décembre**) seront du type suivant :

- Chaque sujet comporte deux exercices courts :
 - ★ un exercice sur le chapitre en cours.
 - ★ un exercice de révisions.
- La préparation dure **30 minutes**. Le passage dure 30 minutes.
- L'interrogation sera sous forme de discussion dès le début de l'oral, sur le modèle des oraux de l'ENSAE / ENS Paris-Saclay.
L'étudiant est encouragé à exposer ses résultats au début de l'oral, comme pour les oraux « avec exposé ».
L'examinateur peut cependant intervenir dès le début de l'interrogation à tout moment.

1 Chapitre en cours : couples de variables aléatoires discrètes

- Révisions des lois usuelles (binomiale, géométrique, Poisson)
- Variables aléatoires discrètes indépendantes.
- Loi d'une somme de variables indépendantes
- Loi d'un minimum / maximum de variables aléatoires indépendantes
- Loi d'un couple, lois marginales, loi conditionnelle sachant un événement.

Exercices corrigés en classe : 6.5, 6.8, 6.9, 6.12, 6.13, 6.16

Remarques :

- ★ *On n'a pas encore retravaillé la covariance.*
- ★ *N'ont toujours pas été vues : inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev*

2 Chapitre de révision : diagonalisation

- Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres, pour une matrice carrée / un endomorphisme de \mathbb{R}^n
- Recherche de valeurs propres à l'aide d'un polynôme annulateur (hors programme, à refaire systématiquement)
- Utilisation de la trace pour déterminer une dernière valeur propre.
- Matrice/endomorphisme diagonalisable :

$$M \text{ diagonalisable} \iff M = PDP^{-1} \text{ avec } P \text{ inversible et } D \text{ diagonale}$$

$$\iff \text{il existe une base de } \mathbb{R}^n \text{ formée de vecteurs propres de } M$$

- Condition nécessaire et suffisante : M diagonalisable $\iff \sum_{\lambda \in Sp(M)} \dim(E_\lambda(M)) = n$
- Condition suffisante : si M est de taille n et a n valeurs propres, alors M est diagonalisable.
- Si p est un projecteur, alors $\mathbb{R}^n = \text{Ker}(p - Id) \oplus \text{Ker}(p)$, donc $Sp(p) \subset \{0, 1\}$, et p est diagonalisable.

Exercices corrigés en classe : 5.1, 5.2, 5.5, 5.6, 5.9, 5.10, 5.14, 5.23, 5.28, 5.29, 5.39, 5.40, 5.43, 5.44

Remarques :

- ★ *On se restreint toujours à l'espace vectoriel \mathbb{R}^n (pas d'espaces vectoriels de matrices, de polynômes, etc...)*