Les interrogations orales de cette semaine (et **jusqu'à fin décembre**) seront du type suivant :

- Chaque sujet comporte deux exercices courts :
  - ⋆ un exercice sur le chapitre en cours.
  - ⋆ un exercice de révisions.
- La préparation dure **30 minutes**. Le passage dure 30 minutes.
- L'interrogation sera sous forme de discussion dès le début de l'oral, sur le modèle des oraux de l'ENSAE / ENS Paris-Saclay.
  L'étudiant est encouragé à exposer ses résultats au début de l'oral, comme pour les oraux « avec exposé ».
  L'examinateur peut cependant intervenir dès le début de l'interrogation à tout moment.

---

1 Chapitre en cours : couples de variables aléatoires discrètes

— Révisions des lois usuelles (binomiale, géométrique, Poisson)
— Variables aléatoires discrètes indépendantes.
— Loi d'une somme de variables indépendantes
— Loi d'un minimum / maximum de variables aléatoires indépendantes
— Loi d'un couple, lois marginales, loi conditionnelle sachant un événement.
— Covariance de deux variables aléatoires discrètes : $cov(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$.
— Si deux variables sont indépendantes, alors leur covariance est nulle. Réciproque fausse.
— Variance d'une somme de deux variables aléatoires (indépendantes ou non).

Exercices corrigés en classe : 6.5, 6.8, 6.9, 6.12, 6.13, 6.14, 6.16, 6.19, 6.20, 6.21

Remarques :
⋆ *N'ont toujours pas été vues : inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev*
.

2 Chapitre de révision : diagonalisation

— Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres, pour une matrice carrée / un endomorphisme de $\mathbb{R}^n$
— Recherche de valeurs propres à l'aide d'un polynôme annulateur (hors programme, à refaire systématiquement)
— Utilisation de la trace pour déterminer une dernière valeur propre.
— Matrice/endomorphisme diagonalisable :

$$\begin{aligned} M \text{ diagonalisable } &\iff M = PDP^{-1} \text{ avec } P \text{ inversible et } D \text{ diagonale} \\ &\iff \text{il existe une base de } \mathbb{R}^n \text{ formée de vecteurs propres de } M \end{aligned}$$

— Condition nécessaire et suffisante : M diagonalisable $\iff \sum\limits_{\lambda \in Sp(M)} \dim(E_\lambda(M)) = n$
— Condition suffisante : si M est de taille n et a n valeurs propres, alors M est diagonalisable.
— Si p est un projecteur, alors $\mathbb{R}^n = \text{Ker}(p - Id) \oplus \text{Ker}(p)$, donc $Sp(p) \subset \{0,1\}$, et p est diagonalisable.

Exercices corrigés en classe : 5.1, 5.2, 5.5, 5.6, 5.9, 5.10, 5.14, 5.23, 5.28, 5.29, 5.39, 5.40, 5.43, 5.44

Remarques :
⋆ *On se restreint toujours à l'espace vectoriel $\mathbb{R}^n$ (pas d'espaces vectoriels de matrices, de polynômes, etc...)*
.
