

Chapitre 13 - Intégrales généralisées

1 - Intégrales impropres

- $\int_a^b f$ est impropre lorsque f non continue sur $[a, b]$
- Convergence/divergence d'une intégrale impropre.
- Cas où f prolong. par continuité (faussement impropre)
- Reste d'une intégrale convergente.

2 - Intégrales de Riemann

- $\int^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha} dt$ converge $\iff \alpha > 1$
- $\int_0 \frac{1}{t^\alpha} dt$ converge $\iff \alpha < 1$

3 - Propriétés

- Linéarité pour les intégrales convergentes
- Positivité/croissance pour les intégrales convergentes
- Les intégrations par parties sont réalisées sur des segments
- Les changements de variable non-affines aussi
- Les changements de variable affines ne modifient ni la nature ni la valeur d'une intégrale généralisée
- Intégrale d'une fonction paire / impaire sur \mathbb{R}

4 - Critères de convergence

- Critère de comparaison pour les fonctions positives
- Critère de négligeabilité pour les fonctions positives
- Critère d'équivalence pour les fonctions positives
- Convergence absolue d'une intégrale. Lien avec la convergence.

Démonstrations exigibles :

Pas de démonstration cette semaine.

Savoirs faire exigibles :

Révisions des intégrales sur les segment

- Connaître les dérivées et primitives des fonctions usuelles.
- Justifier si une intégrale est bien définie.
- Calculer une intégrale en utilisant une primitive
- Calculer une intégrale en reconnaissant une forme remarquable
- Utiliser si besoin la linéarité ou la relation de Chasles
- Connaître et utiliser la formule d'intégration par parties
- Réaliser un changement de variable dans une intégrale

Sur les intégrales généralisées

- Chercher l'équivalent d'une fonction au voisinage d'un point
- Montrer qu'une intégrale converge et déterminer sa valeur
- Montrer qu'une intégrale converge en utilisant un critère
- Connaître et utiliser les intégrales de Riemann dans les critères
- Connaître le lien entre convergence absolue et convergence
- Bien repasser sur un segment pour faire une IPP
- Étudier une fonction définie par une intégrale, le x étant dans les bornes.